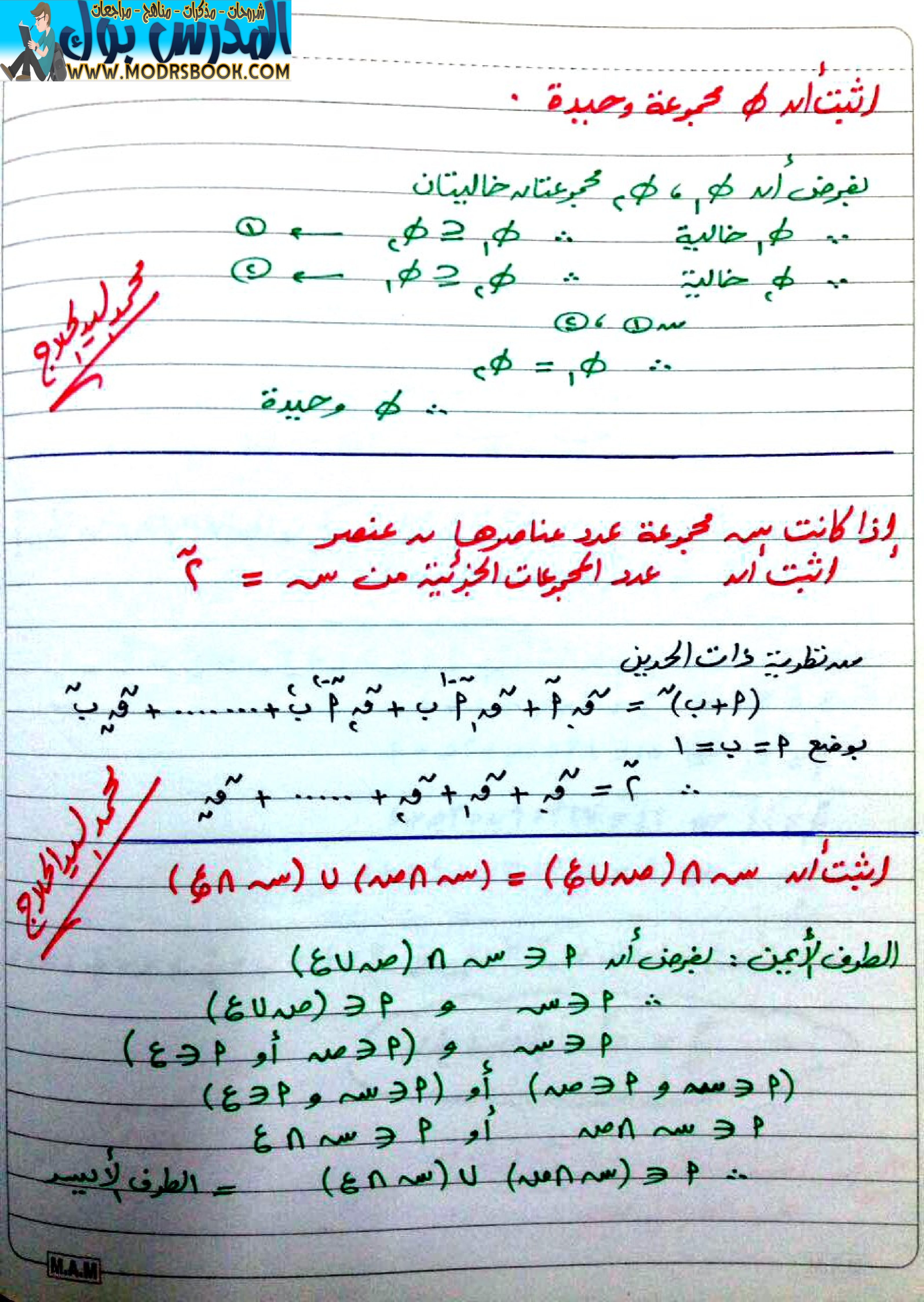


اثبت أن ϕ مجموعة وحيدة :

نفرض أن ϕ_1 ، ϕ_2 مجموعتان خاليتان

$\because$ ϕ_1 خالية $\quad \therefore \phi_1 \subseteq \phi_2 \longrightarrow (1)$

$\because$ ϕ_2 خالية $\quad \therefore \phi_2 \subseteq \phi_1 \longrightarrow (2)$

من (1) ، (2)

$\therefore \phi_1 = \phi_2$

$\therefore \phi$ وحيدة

محمد السيد الحجوج

إذا كانت س مجموعة عدد عناصرها ن عنصر اثبت أن عدد المجموعات الجزئية من س = 2^n

من نظرية ذات الحدين

$$(a+b)^n = {}^nC_0\, a^n + {}^nC_1\, a^{n-1} b + {}^nC_2\, a^{n-2} b^2 + \ldots\ldots + {}^nC_n\, b^n$$

بوضع $a = b = 1$

$$\therefore 2^n = {}^nC_0 + {}^nC_1 + {}^nC_2 + \ldots\ldots + {}^nC_n$$

محمد السيد الحجوج

اثبت أن $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$

الطرف الأيمن : نفرض أن $a \in X \cap (Y \cup Z)$

$\therefore a \in X$ و $a \in (Y \cup Z)$

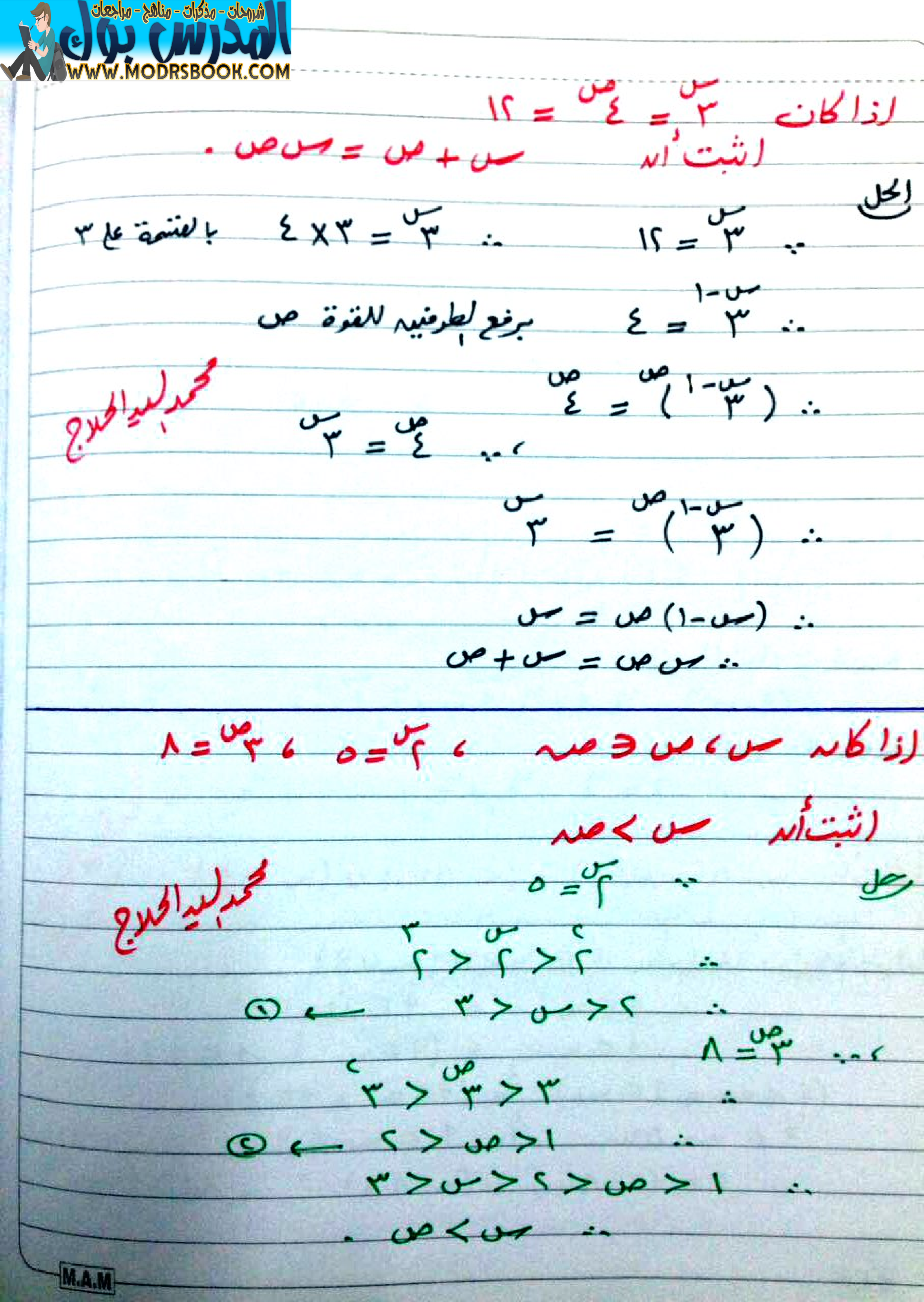
$a \in X$ و $(a \in Y$ أو $a \in Z)$

$(a \in X$ و $a \in Y)$ أو $(a \in X$ و $a \in Z)$

$a \in X \cap Y$ أو $a \in X \cap Z$

$\therefore a \in (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$ = الطرف الأيسر

M.A.M



إذا كان $3^{س} = 4^{ص} = 12$

أثبت أن $س + ص = س ص$.

الحل

∵ $3^{س} = 12$ ∴ $3^{س} = 3 \times 4$ بالقسمة على ٣

∴ $3^{س-1} = 4$ برفع الطرفين للقوة ص

∴ $(3^{س-1})^{ص} = 4^{ص}$

∵ $4^{ص} = 3^{س}$

∴ $(3^{س-1})^{ص} = 3^{س}$

∴ $(س-1) ص = س$

∴ $س ص = س + ص$

محمد السيد الحلاج

إذا كان س ، ص ∈ صـ ، $2^{س} = 5$ ، $3^{ص} = 8$

أثبت أن $س > ص$

الحل

∵ $2^{س} = 5$

∴ $2^{2} < 2^{س} < 2^{3}$

∴ $2 < س < 3$ ⟵ ①

∵ $3^{ص} = 8$

∴ $3^{1} < 3^{ص} < 3^{2}$

∴ $1 < ص < 2$ ⟵ ②

∴ $1 < ص < 2 < س < 3$

∴ $س > ص$.

محمد السيد الحلاج

M.A.M



أثبت أن

$$\text{جتا}\frac{\pi}{7} \times \text{جتا}\frac{2\pi}{7} \times \text{جتا}\frac{4\pi}{7} = -\frac{1}{8}$$

حل

$$\text{جتا}\frac{\pi}{7} \times \text{جتا}\frac{2\pi}{7} \times \text{جتا}\frac{4\pi}{7} \times \frac{\text{جا}\frac{\pi}{7}}{\text{جا}\frac{\pi}{7}}$$

$$= \frac{\text{جا}\frac{\pi}{7}\,\text{جتا}\frac{\pi}{7}\,\text{جتا}\frac{2\pi}{7}\,\text{جتا}\frac{4\pi}{7}}{\text{جا}\frac{\pi}{7}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\,\text{جا}\frac{2\pi}{7}\,\text{جتا}\frac{2\pi}{7}\,\text{جتا}\frac{4\pi}{7}}{\text{جا}\frac{\pi}{7}}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}\,\text{جا}\frac{4\pi}{7}\,\text{جتا}\frac{4\pi}{7}}{\text{جا}\frac{\pi}{7}} = \frac{\frac{1}{8}\,\text{جا}\frac{8\pi}{7}}{\text{جا}\frac{\pi}{7}}$$

$$= \frac{\frac{1}{8}\,\text{جا}\left(\pi + \frac{\pi}{7}\right)}{\text{جا}\frac{\pi}{7}} = \frac{\frac{1}{8} \times -\text{جا}\frac{\pi}{7}}{\text{جا}\frac{\pi}{7}} = -\frac{1}{8}$$

محمد السيد الحلاج

أوجد قيمة س ، ص إذا كان

$$3^{\text{س}^{\text{ص}}} = 1$$

حل

$$3^{\text{س}^{\text{ص}}} = 3^{0}$$

$$\therefore \text{س}^{\text{ص}} = 0$$

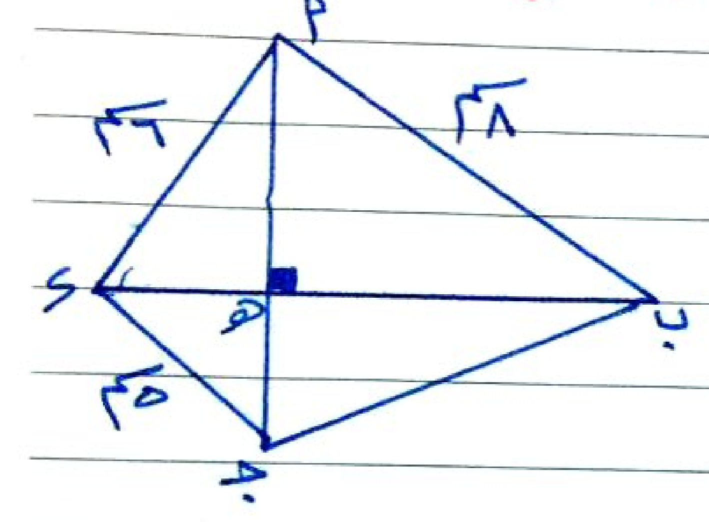
$$\therefore \text{س} = \text{صفر} \quad ، \quad \text{ص} \in \text{ح}^{+}$$

محمد السيد الحلاج

M.A.M

موضوع الدرس .... اليوم .... التاريخ / / م

شكل رباعي أقطاره متعامدة وأضلاعه ٨سم ، ٦سم ، ٥سم
أوجد طول الضلع الرابع



الحل: المطلوب طول $\overline{بجـ}$

من فيثاغورث

$(مهـ)^2 + (بهـ)^2 = ٦٤$

$(مهـ)^2 + (هـ ء)^2 = ٣٦$

$(جـهـ)^2 + (هـ ء)^2 = ٢٥$

بالجمع $٢(مهـ)^2 + ٢(هـ ء)^2 + (بهـ)^2 + (جـهـ)^2 = ١٢٥$

$٢\left((مهـ)^2 + (هـ ء)^2\right) + (بهـ)^2 + (جـهـ)^2 = ١٢٥$

$٢ \times ٣٦ + (بهـ)^2 + (جـهـ)^2 = ١٢٥$

$٧٢ + (بهـ)^2 + (جـهـ)^2 = ١٢٥$

$\therefore (بهـ)^2 + (جـهـ)^2 = ٥٣$

$\therefore (بجـ)^2 = (بهـ)^2 + (جـهـ)^2$

$\therefore بجـ = \sqrt{٥٣}$ سم

محمد السيد الحلاج

اذا كان $\frac{م - ١}{م - ب} = \frac{١}{م + ب}$ ، م ≠ ب

اثبت أن م + ب = ٢

الحل

$م - ١ = \frac{م - ب}{م + ب}$

$م - ١ + ١ = \frac{م - ب}{م + ب} + ١$

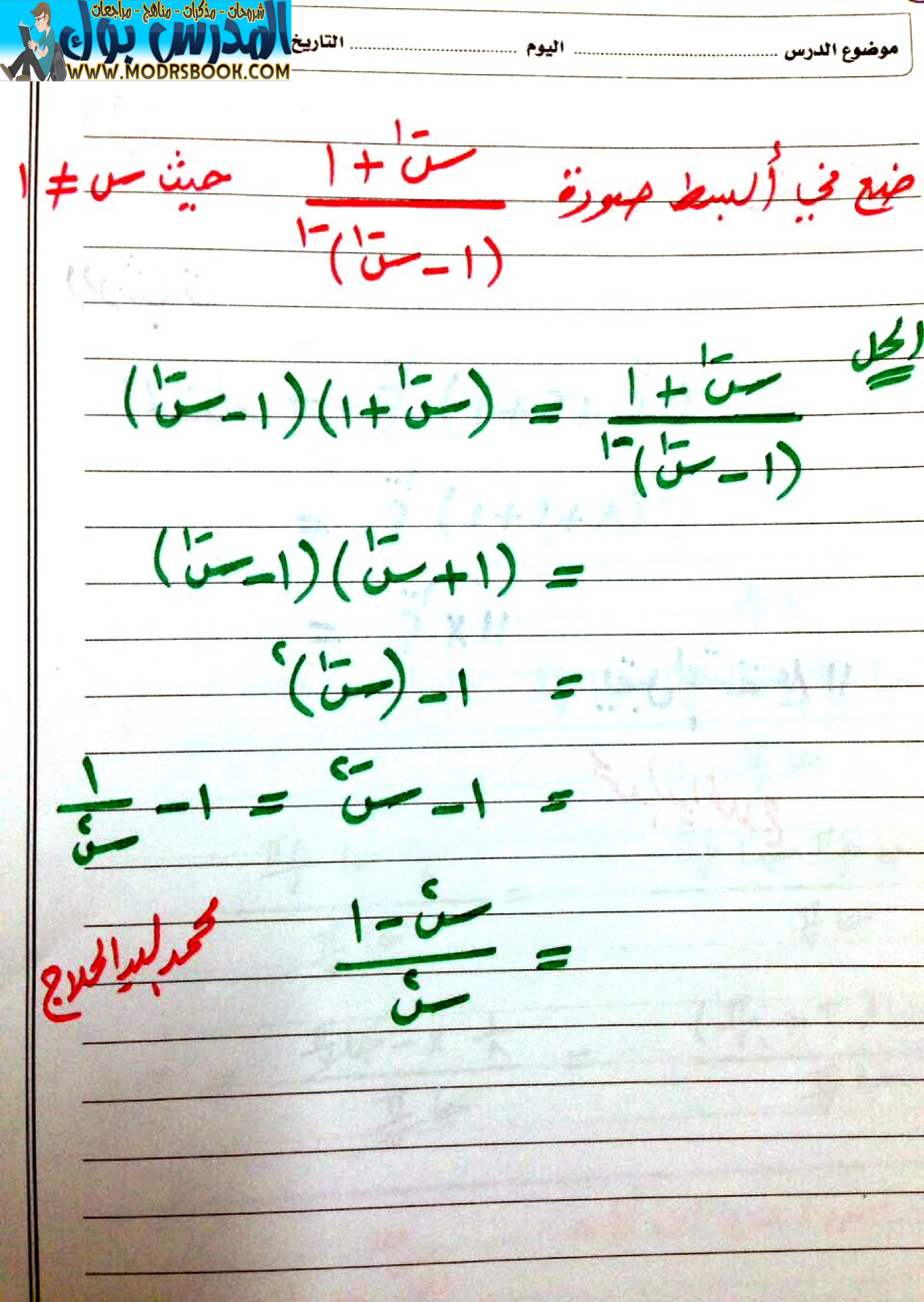
$م = \frac{م - ب}{م + ب} + \frac{م + ب}{م + ب}$

$م = \frac{م - ب + م + ب}{م + ب}$

$م = \frac{٢م}{م + ب}$

محمد السيد الحلاج

∴ م + ب = ٢



موضوع الدرس .... اليوم .... التاريخ

ضع في أبسط صورة $\frac{\text{س}^{-1}+1}{(1-\text{س}^{-1})^{-1}}$ حيث س $\neq 1$

الحل

$$\frac{\text{س}^{-1}+1}{(1-\text{س}^{-1})^{-1}} = (\text{س}^{-1}+1)(1-\text{س}^{-1})$$

$$= (1+\text{س}^{-1})(1-\text{س}^{-1})$$

$$= 1-(\text{س}^{-1})^{2}$$

$$= 1-\text{س}^{-2} = 1-\frac{1}{\text{س}^{2}}$$

$$= \frac{\text{س}^{2}-1}{\text{س}^{2}}$$

محمد السيد الحلاج

إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د ∈ ص+ اثبت أن

$$\frac{(\text{أ}^2+1)(\text{ب}^2+1)(\text{جـ}^2+1)(\text{د}^2+1)}{\text{أ ب جـ د}} \geq ١٦$$

الحل

∵ أ ، ب ، جـ ، د ∈ ص+

∴ أ ≥ ١ ، ب ≥ ١ ، جـ ≥ ١ ، د ≥ ١

∴ $\text{أ}^2+1 \geq ٢$ ، $\text{ب}^2+1 \geq ٢$

، $\text{جـ}^2+1 \geq ٢$ ، $\text{د}^2+1 \geq ٢$

$$∴ \frac{(\text{أ}^2+1)(\text{ب}^2+1)(\text{جـ}^2+1)(\text{د}^2+1)}{\text{أ ب جـ د}} \geq \frac{٢\times٢\times٢\times٢}{١\times١\times١\times١}$$

$$∴ \frac{(\text{أ}^2+1)(\text{ب}^2+1)(\text{جـ}^2+1)(\text{د}^2+1)}{\text{أ ب جـ د}} \geq ١٦$$

بدون استخدام حاسبة الجيب اثبت أن

$$\sqrt{(١١١\ ١١١\ ١١١)(١٠٠٠......٠٠٥)+١} = ٣٣٣\ ٣٣٣\ ٣٣٤$$

الطرف الأيمن =

$$\sqrt{\frac{1}{9}\left[(٩٩٩\ ٩٩٩\ ٩٩٩)(١٠٠٠......٠٠٥)+٩\right]}$$

$$= \frac{1}{3}\sqrt{(١٠٠٠......٠٠٢-٣)(١٠٠٠......٠٠٢+٣)+٩}$$

$$= \frac{1}{3}\sqrt{(١٠٠٠......٠٠٢)^2-٩+٩} = \frac{1}{3}\times ١٠٠٠......٠٠٢$$

$$= ٣٣٣\ ٣٣٣\ ٣٣٤$$

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة

$$\text{جتا}^{٤} \frac{\pi}{٢٤} - \text{جا}^{٤} \frac{\pi}{٢٤}$$

حل

$$= \left(\text{جتا}^{٢} \frac{\pi}{٢٤} - \text{جا}^{٢} \frac{\pi}{٢٤}\right)\left(\text{جتا}^{٢} \frac{\pi}{٢٤} + \text{جا}^{٢} \frac{\pi}{٢٤}\right)$$

$$= \text{جتا} \frac{\pi}{١٢} \times ١ = \text{جتا } ١٥$$

$$= \text{جتا} (٤٥ - ٣٠) = \text{جتا } ٤٥ \text{ جتا } ٣٠ + \text{جا } ٤٥ \text{ جا } ٣٠$$

$$= \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} + \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{١}{٢}$$

$$= \frac{\sqrt{٣} + ١}{٢\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٦} + \sqrt{٢}}{٤}$$

محمد السيد الحلاج

ما قيم س التي تجعل المصفوفة $\begin{bmatrix} \text{لو}_{\text{ه}}\,\text{س} & \text{ه}^{\text{س}+1} \\ ٢ & \text{لو}_{\text{س}}\,٤ \end{bmatrix}$ منفردة ؟

حل: لكي تكون المصفوفة منفردة لابد أن المحددة = صفر

$\therefore \begin{vmatrix} \text{لو}_{\text{ه}}\,\text{س} & \text{ه}^{\text{س}+1} \\ ٢ & \text{لو}_{\text{س}}\,٤ \end{vmatrix} = ٠$

$\therefore \text{لو}_{\text{ه}}\,\text{س} \times \text{لو}_{\text{س}}\,٤ - \text{ه}^{\text{س}+1} \times ٢ = ٠$

$\frac{\text{لو س}}{\text{لو ه}} \times \frac{\text{لو ٤}}{\text{لو س}} - ٢\,\text{ه}^{\text{س}+1} = ٠$

$\text{لو}_{\text{ه}}\,٤ - ٢\,\text{ه}^{\text{س}+1} = ٠$

$٢ - ٢\,\text{ه}^{\text{س}+1} = ٠$

$\text{ه}^{\text{س}+1} = ١$

$\text{ه}^{\text{س}+1} = \text{ه}^{\text{صفر}}$

$\therefore \text{س} + ١ = \text{صفر}$

$\text{س} = -١$ وهذا غير مقبول

$\therefore$ لا توجد قيم لـ س تحقق ذلك

محمد السيد الحلاج

أوجد قيمة

بدون الآلة الحاسبة

$\sqrt{(أب)^{١٢ن}}$ ، $\sqrt[٣]{\sqrt{٨}}$ ، $\sqrt[٤]{٤}$

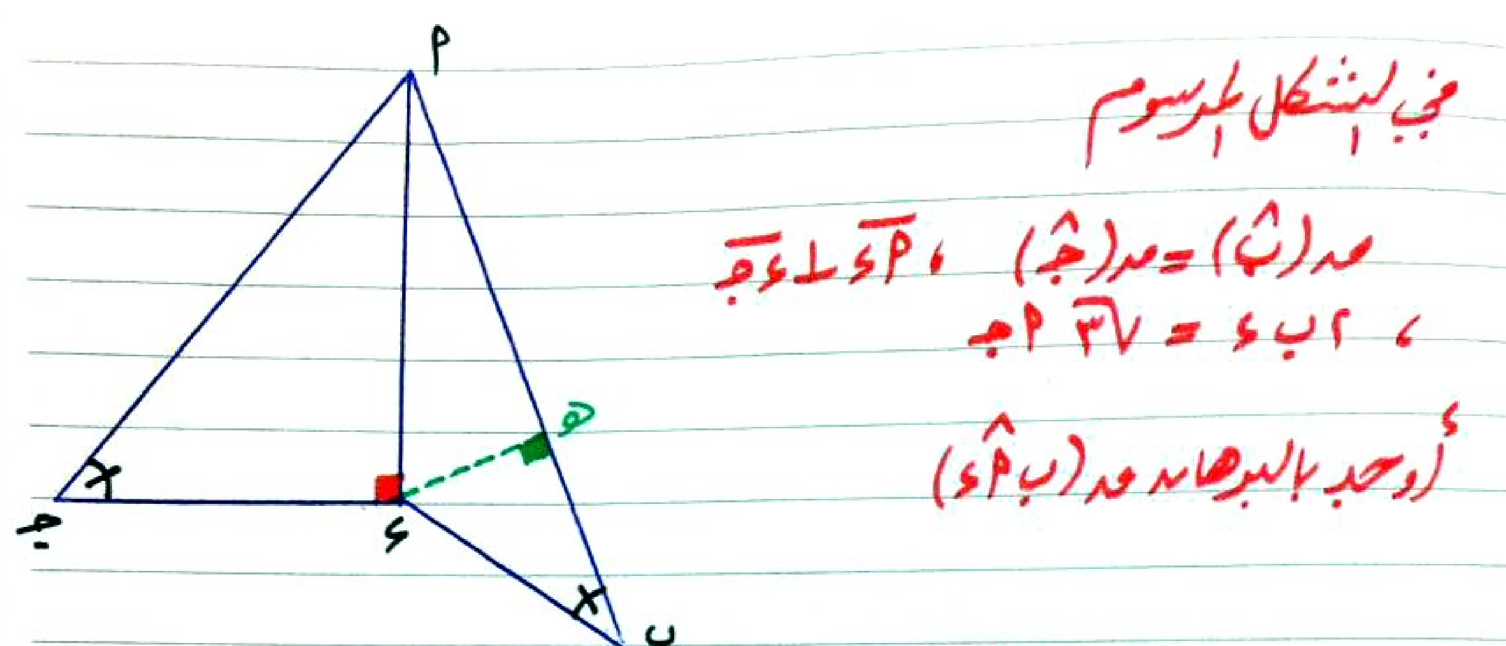
* $\sqrt{(أب)^{١٢ن}} = \sqrt{(أب)^{٣ن٢}} = (أب)^{٣ن}$

* $\sqrt[٣]{\sqrt{٨}} \times \sqrt[٤]{٤} = (٨^{\frac{١}{٢}})^{\frac{١}{٣}} \times (٤)^{\frac{١}{٤}}$

$= ٢^{\frac{١}{٢}} \times ٢^{\frac{١}{٢}} = ٢$

محمد السيد الحلاج

M.A.M



في الشكل المرسوم

ق($\hat{ب}$) = ق($\hat{جـ}$) ، $\overline{أء} \perp \overline{ءجـ}$

، ٢ ب ء = $\sqrt{3}$ أجـ

أوجد بالبرهان ق($ب\hat{أ}ء$)

العمل : نرسم $\overline{ءهـ} \perp \overline{أب}$ يقطعه في هـ

البرهان : △△ ء ب هـ ، أ جـ ء

فيهما:
- ① ق($\hat{ب}$) = ق($\hat{جـ}$) معطى
- ② ق($\angle$ءهـب) = ق($\angle$أءجـ) = ٩٠° عملاً

∴ △ ء ب هـ ~ △ أ جـ ء

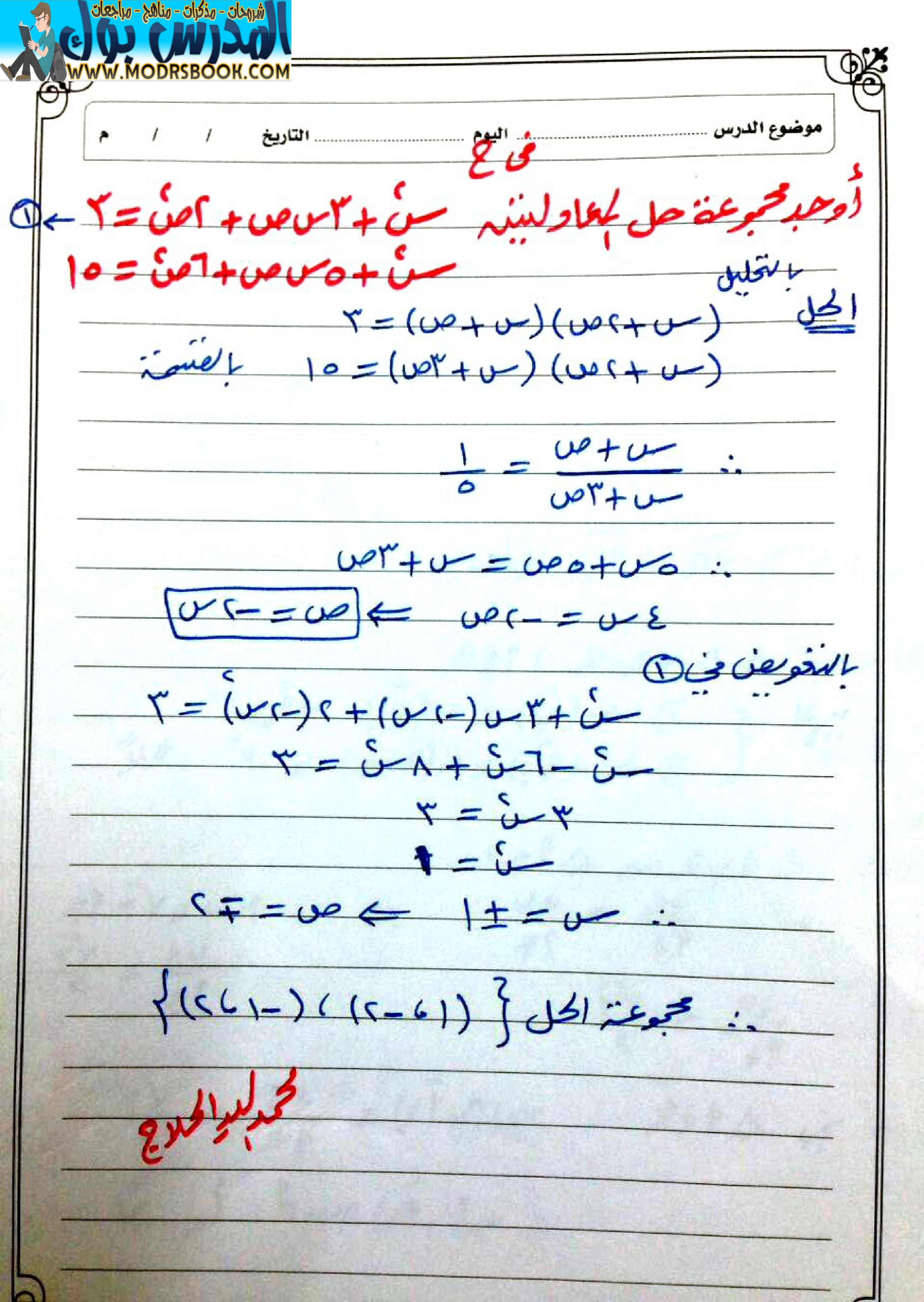
∴ $\frac{ءهـ}{أء} = \frac{ب ء}{أجـ}$ ⇐ ∵ ٢ ب ء = $\sqrt{3}$ أجـ ∴ $\frac{ب ء}{أجـ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ $\frac{ءهـ}{أء} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

في △ أ ء هـ جا($ب\hat{أ}ء$) = $\frac{ءهـ}{أء} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ ق($ب\hat{أ}ء$) = ٦٠° أو ١٢٠°

محمد السيد الحلاج



موضوع الدرس .... اليوم .... التاريخ / / م

مى ع

أوجد مجموعة حل المعادلتين س² + ٣س ص + ٢ص² = ٣ ← (١)

س² + ٥س ص + ٦ص² = ١٥

الحل بالتحليل

(س + ٢ص)(س + ص) = ٣

(س + ٢ص)(س + ٣ص) = ١٥ بالقسمة

∴ (س + ص) / (س + ٣ص) = ١ / ٥

∴ ٥س + ٥ص = س + ٣ص

٤س = −٢ص ⟸ **ص = −٢س**

بالتعويض في (١)

س² + ٣س(−٢س) + ٢(−٢س)² = ٣

س² − ٦س² + ٨س² = ٣

٣س² = ٣

س² = ١

∴ س = ±١ ⟸ ص = ∓٢

∴ مجموعة الحل {(١، −٢)، (−١، ٢)}

محمد السيد الحلاج

موضوع الدرس .... اليوم .... التاريخ / / م

اذا كانت $\text{س} + \text{س}^{-1} = ٣$

فأوجد قيمة المقدار $\sqrt{\text{س}} - (\sqrt{\text{س}})^{-1}$

الحل: $\because \text{س} + \frac{1}{\text{س}} = ٣$

$\therefore \text{س} - ٢ + \frac{1}{\text{س}} = ٣ - ٢$

$(\sqrt{\text{س}})^{2} - ٢ \times \sqrt{\text{س}} \times \frac{1}{\sqrt{\text{س}}} + \frac{1}{(\sqrt{\text{س}})^{2}} = ١$

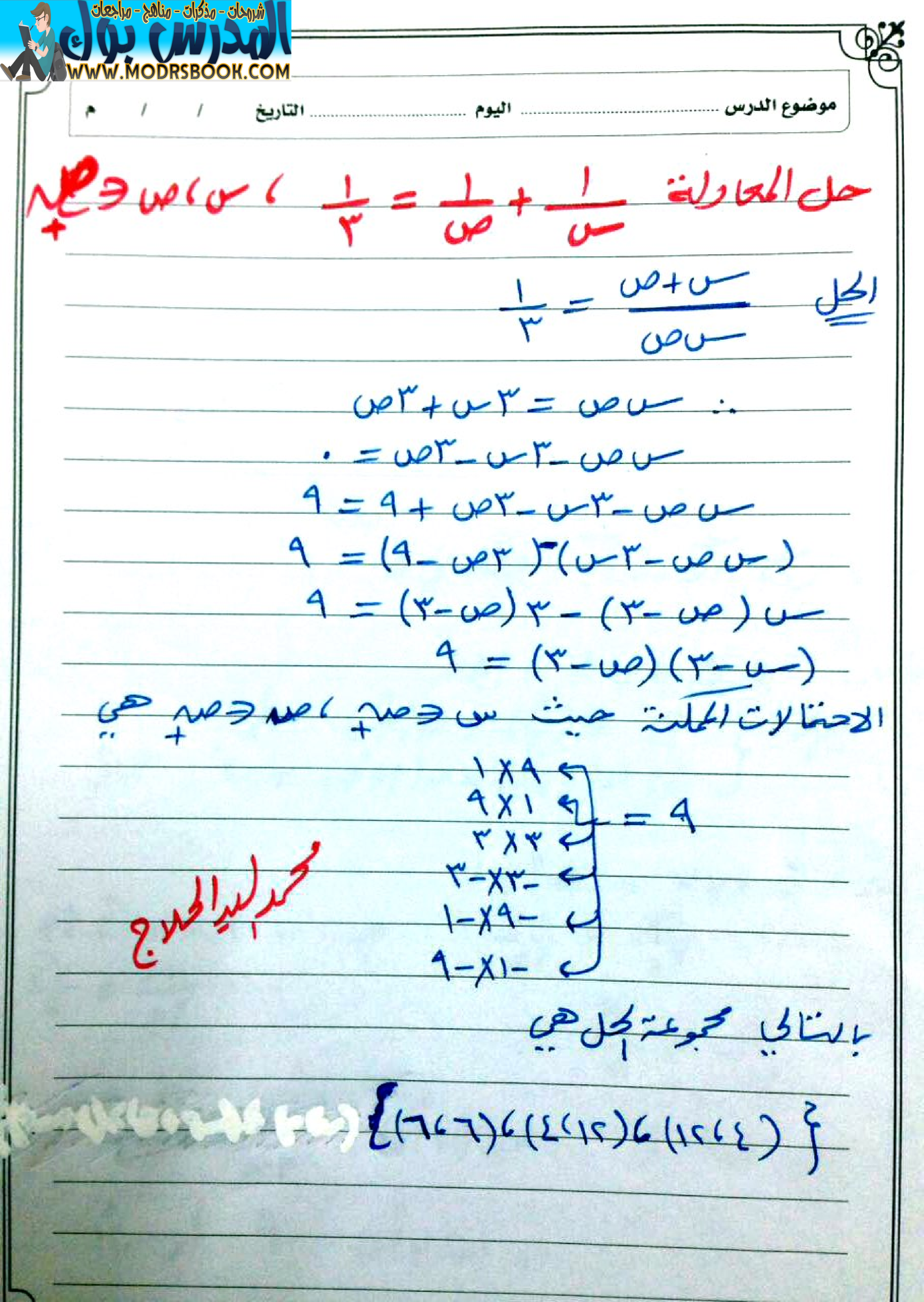
$(\sqrt{\text{س}})^{2} - ٢\sqrt{\text{س}} \times \frac{1}{\sqrt{\text{س}}} + \left(\frac{1}{\sqrt{\text{س}}}\right)^{2} = ١$

$\therefore \left(\sqrt{\text{س}} - \frac{1}{\sqrt{\text{س}}}\right)^{2} = ١$

$\therefore \left(\sqrt{\text{س}} - \frac{1}{\sqrt{\text{س}}}\right)^{2} = ١$

$\therefore \sqrt{\text{س}} - \frac{1}{\sqrt{\text{س}}} = \pm ١$

محمد السيد الحلاج



حل المعادلة $\frac{1}{س} + \frac{1}{ص} = \frac{1}{3}$ ، س ، ص $\in$ ص$^+$

الحل

$\frac{س + ص}{س ص} = \frac{1}{3}$

$\therefore$ س ص = ٣س + ٣ص

س ص − ٣س − ٣ص = ٠

س ص − ٣س − ٣ص + ٩ = ٩

(س ص − ٣س) − (٣ص − ٩) = ٩

س (ص − ٣) − ٣ (ص − ٣) = ٩

(س − ٣) (ص − ٣) = ٩

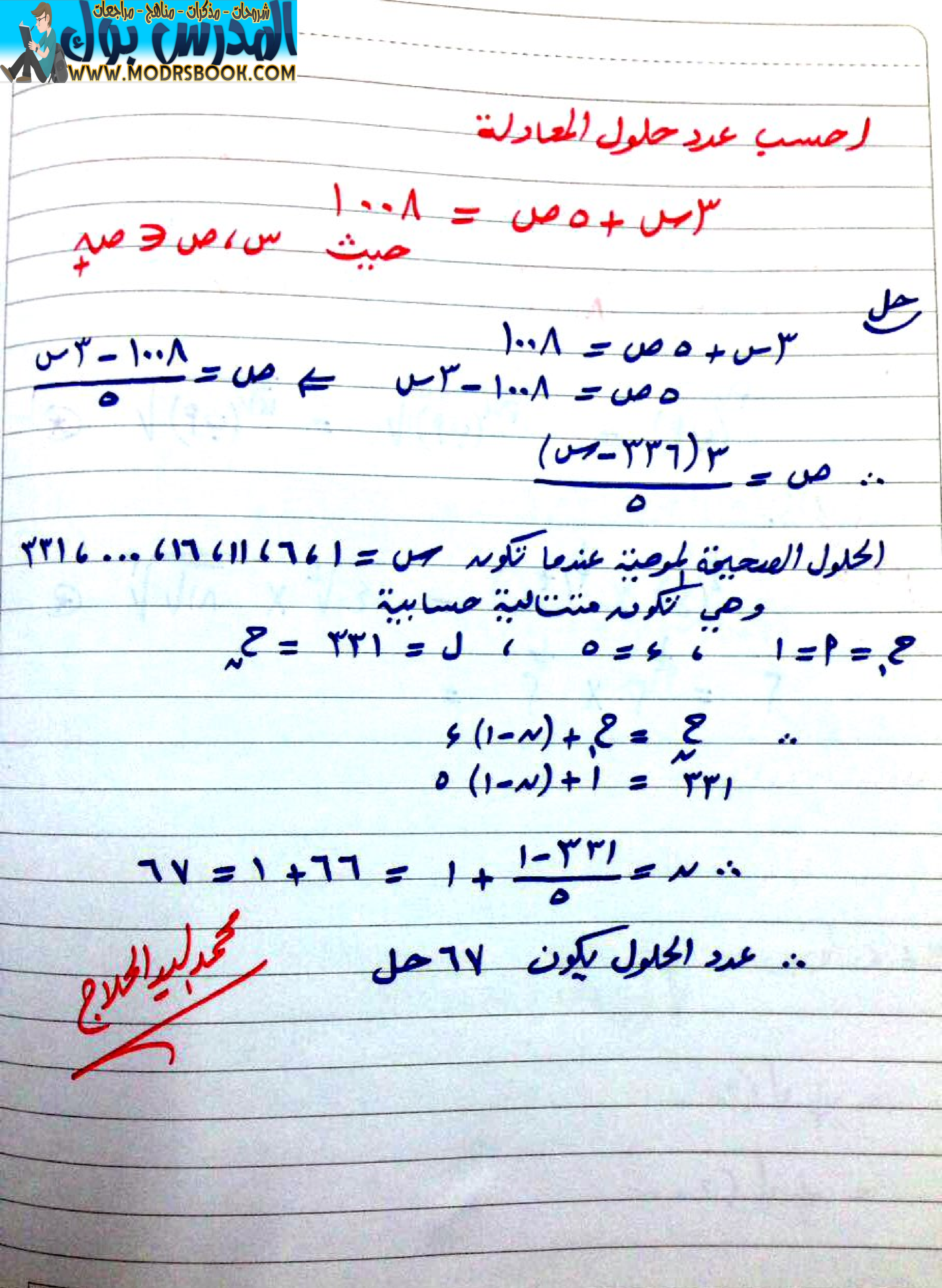
الاحتمالات الممكنة حيث س $\in$ ص$^+$ ، ص $\in$ ص$^+$ هي :

٩ =
- ١ × ٩
- ٩ × ١
- ٣ × ٣
- −٣ × −٣
- −١ × −٩
- −٩ × −١

محمد السيد الحلاج

بالتالي مجموعة الحل هي

{ (٤ ، ١٢) ، (١٢ ، ٤) ، (٦ ، ٦) }



احسب عدد حلول المعادلة

٣س + ٥ص = ١٠٠٨ حيث س، ص ∈ ص+

حل

٣س + ٥ص = ١٠٠٨

٥ص = ١٠٠٨ − ٣س ⟸ ص = $\frac{\text{١٠٠٨ − ٣س}}{\text{٥}}$

∴ ص = $\frac{\text{٣(٣٣٦ − س)}}{\text{٥}}$

الحلول الصحيحة الموجبة عندما تكون س = ١، ٦، ١١، ١٦، ...، ٣٣١

وهي تكون متتالية حسابية

ح١ = أ = ١ ، ء = ٥ ، ل = ٣٣١ = حن

∴ حن = ح١ + (ن − ١) ء

٣٣١ = ١ + (ن − ١) ٥

∴ ن = $\frac{\text{٣٣١ − ١}}{\text{٥}}$ + ١ = ٦٦ + ١ = ٦٧

∴ عدد الحلول يكون ٦٧ حل

محمد السيد الحلاج

M.A.M



اذا كانت $د(س) = ٤^{س}$
أوجد قيمة س التى تحقق $د(س+١) + د(س-١) = ٦٨$

الحل ∵ $د(س) = ٤^{س}$ ، ∵ $د(س+١) + د(س-١) = ٦٨$

∴ $٤^{س+١} + ٤^{س-١} = ٦٨$

∴ $٤ \times ٤^{س} + \frac{١}{٤} \times ٤^{س} = ٦٨$

$٤^{س} (٤ + \frac{١}{٤}) = ٦٨$

$٤^{س} (\frac{١٧}{٤}) = ٦٨ \Leftarrow ٤^{س} = ٦٨ \times \frac{٤}{١٧} = ٤^{٢}$

∴ $٤^{س} = ٤^{٢}$ ∴ $س = ٢$

محمد السيد الحلاج

أوجد قيمة ن حيث

$(\frac{٢}{٣})^{ن+٥} = (٣\frac{٣}{٨})^{-٢}$

حل

$(\frac{٢}{٣})^{ن+٥} = (\frac{٢٧}{٨})^{-٢}$

$(\frac{٢}{٣})^{ن+٥} = (\frac{٨}{٢٧})^{٢}$

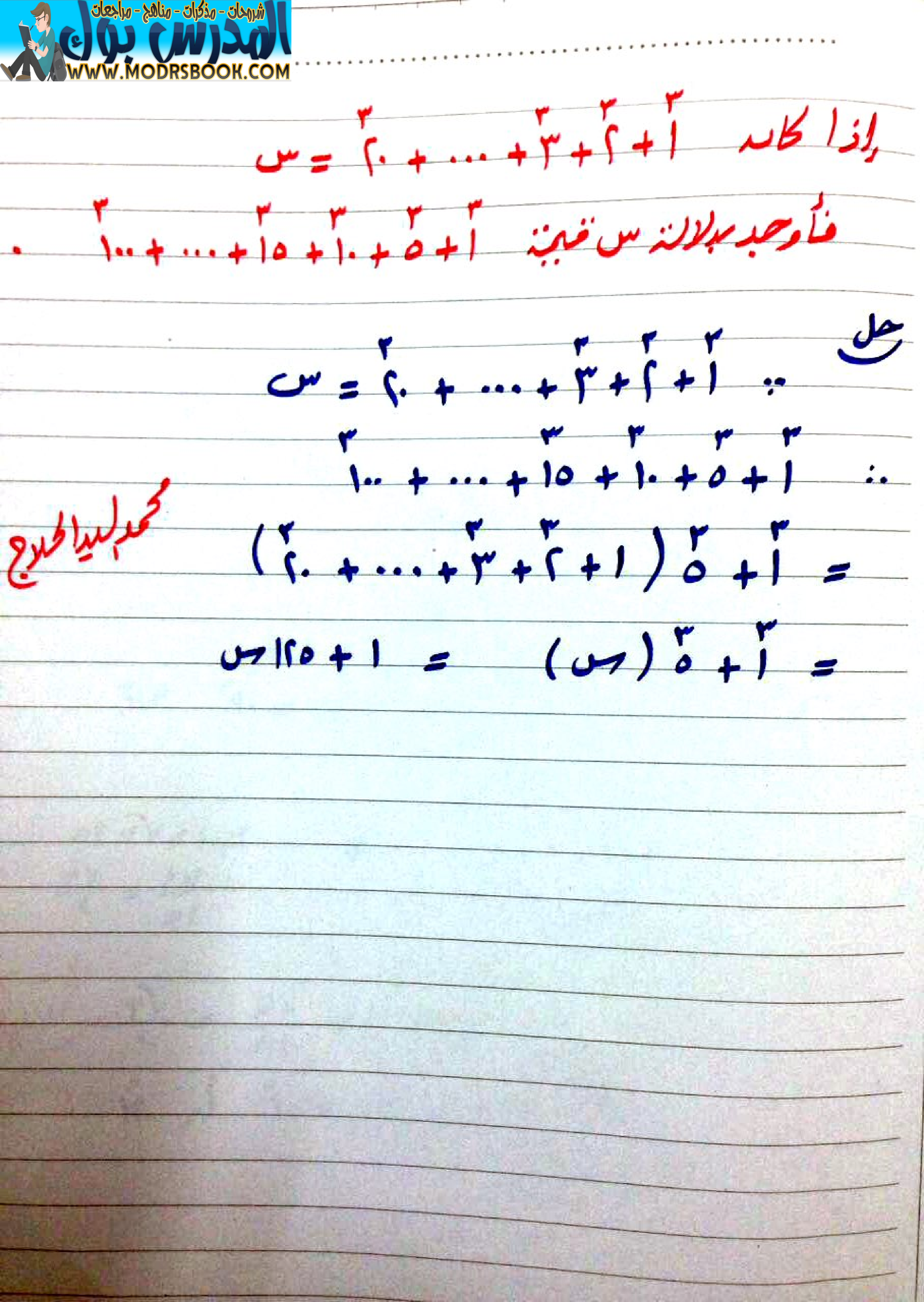
$(\frac{٢}{٣})^{ن+٥} = (\frac{٢}{٣})^{٦}$

∴ $ن + ٥ = ٦$

∴ $ن = ١$

محمد السيد الحلاج

M.A.M



إذا كان $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 20^3 = س$

فأوجد بدلالة س قيمة $1^3 + 5^3 + 10^3 + 15^3 + \dots + 100^3$.

حل

$\because 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 20^3 = س$

$\therefore 1^3 + 5^3 + 10^3 + 15^3 + \dots + 100^3$

$= 1^3 + 5^3 \left(1 + 2^3 + 3^3 + \dots + 20^3\right)$

$= 1^3 + 5^3 (س) = 1 + 125 س$

محمد السيد الحديج



إذا كان د(٣س) = س + د(٣س − ٣) ما قيمة المقدار

د(٣س + ٣) − د(٣س − ٣)

الحل ∵ د(٣س) = س + د(٣س − ٣)

∴ د(٣س − ٣) = د(٣س) − س ⟵ ①

نعوض عن س = س + ١

∴ د(٣(س + ١) − ٣) = د(٣(س + ١)) − (س + ١)

∴ د(٣س) = د(٣س + ٣) − (س + ١)

∴

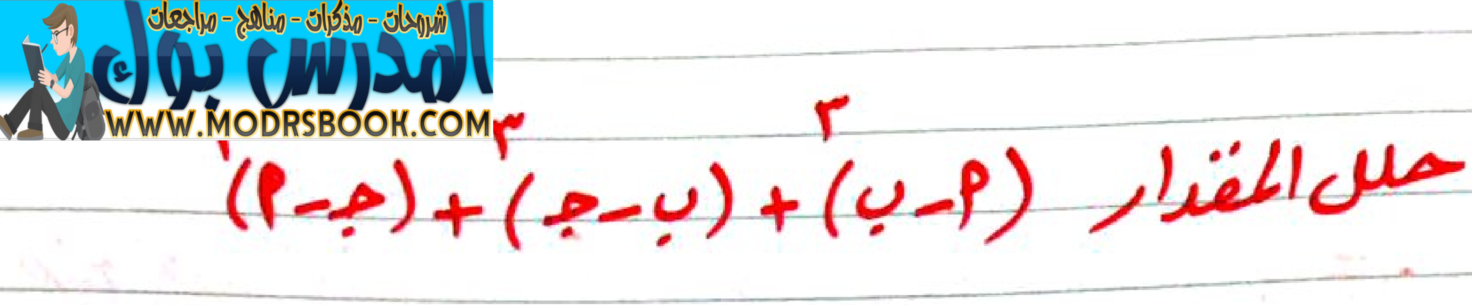
∴ د(٣س + ٣) = د(٣س) + (س + ١) ⟵ ②

من ①، ②

∴ د(٣س + ٣) − د(٣س − ٣) = د(٣س) + س + ١ − د(٣س) + س

= ٢س + ١

محمد السيد الحلاج



حلل المقدار (أ - ب)^3 + (ب - جـ)^3 + (جـ - أ)^3

الحل نضع س = أ - ب

ص = ب - جـ

بالجمع

س + ص = أ - جـ

∴ المقدار = س^3 + ص^3 - (س + ص)^3

= (س + ص)(س^2 - س ص + ص^2) - (س + ص)^3

= (س + ص) (س^2 - س ص + ص^2 - (س + ص)^2)

= (س + ص) (س^2 - س ص + ص^2 - س^2 - 2 س ص - ص^2)

= (س + ص) (- 3 س ص)

= - 3 س ص (س + ص)

= - 3 (أ - ب)(ب - جـ)(أ - جـ)

= 3 (أ - ب)(ب - جـ)(جـ - أ)

محمد البدا الحلاج



ضع العدد النسبي $0,\dot{3}$ على صورة $\frac{أ}{ب}$ ، ب ≠ ٠

الحل

∵ $0,\dot{3}$ = ٠,٣٣٣٣٣....

بفرض س = ٠,٣٣٣٣.... ← ①

بضرب الطرفين في ١٠

∴ ١٠ س = ٣,٣٣٣٣.... ← ②

بطرح ① من ②

١٠ س − س = ٣

٩ س = ٣

س = $\frac{١}{٣}$

∴ $0,\dot{3}$ = $\frac{١}{٣}$

حل المعادلة في ح

(٢س - ٧)(س² - ٩)(٢س + ٥) = ٩١

الحل

(٢س - ٧)(س + ٣)(س - ٣)(٢س + ٥) = ٩١

(٢س² - س - ٢١)(٢س² - س - ١٥) = ٩١

نضع ٢س² - س = ص

∴ (ص - ٢١)(ص - ١٥) = ٩١

ص² - ٣٦ص + ٣١٥ - ٩١ = ٠

ص² - ٣٦ص + ٢٢٤ = ٠

محمد السيد الحلاج

(ص - ٨)(ص - ٢٨) = ٠

ص = ٨ ، ص = ٢٨

∴ ٢س² - س = ٨

٢س² - س - ٨ = ٠

باستخدام القانون

س = (١ + √٦٥) / ٤ ، (١ - √٦٥) / ٤

٢س² - س = ٢٨

٢س² - س - ٢٨ = ٠

(س - ٤)(٢س + ٧) = ٠

س = ٤ ، س = -٧/٢

م.ح = { -٧/٢ ، ٤ ، (١ + √٦٥) / ٤ ، (١ - √٦٥) / ٤ }



أوجد مجموعة حل المعادلة

$$س^2 = ٥|س| + ٦$$

حل

نعلم أن $|س| = \begin{cases} س & : س \geq ٠ \\ -س & : س < ٠ \end{cases}$

∴ إما $س^2 = ٥س + ٦$ ، $س \geq ٠$ أو $س^2 = -٥س + ٦$ ، $س < ٠$

$س^2 - ٥س - ٦ = ٠$ أو $س^2 + ٥س - ٦ = ٠$

$(س - ٦)(س + ١) = ٠$ $(س + ٦)(س - ١) = ٠$

$س = ٦$ مقبول $س = -٦$ مقبول

$س = -١$ مرفوض $س = ١$ مرفوض

∴ $م.ح = \{٦ ، -٦\}$

محمد السيد الحلاج



اثبت أن حاصل ضرب عددين سالبين يُعطي عدداً موجباً .

اثبات : بفرض أن $أ$ ، $ب \in ح^+$

$\therefore أ + -أ =$ صفر

بضرب الطرفين في $-ب$

$\therefore -ب \times أ + -ب \times -أ =$ صفر $\times -ب$

$-ب أ + -ب \times -أ =$ صفر

بإضافة $+ ب أ$ للطرفين

$\therefore -ب أ + ب أ + -ب \times -أ =$ صفر $+ ب أ$

$\therefore -ب \times -أ = ب أ$ #

محمد السيد الحلاج

M.A.M

حل المعادلة $س^2 - \sqrt{س} = ١٤$ في ح

حل

$س^2 - \sqrt{س} - ١٤ - ٢ + ٢ = ٠$

$س^2 - ١٦ - \sqrt{س} + ٢ = ٠$

$(س - ٤)(س + ٤) - (\sqrt{س} - ٢) = ٠$

$(\sqrt{س} - ٢)(\sqrt{س} + ٢)(س + ٤) - (\sqrt{س} - ٢) = ٠$

$(\sqrt{س} - ٢)\left((\sqrt{س} + ٢)(س + ٤) - ١\right) = ٠$

إما $\sqrt{س} = ٢$ أو $(\sqrt{س} + ٢)(س + ٤) - ١ = ٠$

$س = ٤$ ، $\varnothing$

$\therefore$ م.ح = $\{٤\}$

محمد السيد الحلاج



ما عدد حدود المتتالية الحسابية التي مجموع أول ن حداً الأولى منها

يساوي $٤ن^{٢} - ٢ن$ وحدها الأخير ٩٨ ؟

حل أول

$ح_{ن} = ج_{ن} - ج_{ن-١} = (٤ن^{٢} - ٢ن) - (٤(ن-١)^{٢} - ٢(ن-١))$

$∴ ٩٨ = ٤ن^{٢} - ٢ن - ٤ن^{٢} + ٨ن - ٤ + ٢ن - ٢$

$٩٨ = ٨ن - ٦$

$∴ ٨ن = ٩٨ + ٦$

$٨ن = ١٠٤$

$∴ ن = ١٣$

حل ثاني

$ح_{١} = ج_{١} = ٢$

$ح_{٢} = ج_{٢} - ج_{١} = ١٢ - ٢ = ١٠$

$∴ ء = ح_{٢} - ح_{١} = ٨$

$∴ ح_{ن} = ٢ + (ن-١) × ٨ = ٩٨$

$∴ ٨ن - ٨ = ٩٦$

$٨ن = ١٠٤$

$∴ ن = ١٣$

محمد السيد الحلوج

إثبات قانون دي مورجان بطريقة أدق

أثبت أن $(س \cup ص)' = س' \cap ص'$

نفرض $س \in (س \cup ص)'$

$\therefore س \notin س \cup ص$

$\therefore س \notin س$ و $س \notin ص$

$\therefore س \in س'$ و $س \in ص'$

$\therefore س \in س' \cap ص'$

$\therefore (س \cup ص)' \subset س' \cap ص'$ ← (1)

نفرض $س \in س' \cap ص'$

$\therefore س \in س'$ و $س \in ص'$

$\therefore س \notin س$ و $س \notin ص$

$\therefore س \notin س \cup ص$

$\therefore س \in (س \cup ص)'$

$\therefore س' \cap ص' \subset (س \cup ص)'$ ← (2)

من (1)، (2)

$\therefore (س \cup ص)' = س' \cap ص'$

ويمكن إثبات ذلك أيضاً من جداول الانتماء

محمد السيد الحلاج

سؤال سبق عرضه لكن مع التعديل

اذا كان

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots$$

أوجد على شكل كثيرة حدود $\frac{1}{(1+x)^2}$

الحل

$$\because \frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots$$

بالاشتقاق بالنسبة لـ x

$$\frac{-1}{(1+x)^2} = 0 - 1 + 2x - 3x^2 + 4x^3 - \dots$$

$$\therefore \frac{1}{(1+x)^2} = 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + \dots$$



إذا كانت س ص + س + ص = ٣٤

حيث س ، ص ∈ ص+

أوجد قيمة س + ص

حل

س ص + س + ص + ١ = ٣٥

س(ص + ١) + (ص + ١) = ٣٥

(س + ١)(ص + ١) = ٣٥

إما

∴ ص + ١ = ٥ و س + ١ = ٧

ص = ٤ س = ٦

(س ، ص) = (٦ ، ٤)

أو

ص + ١ = ٣٥ ، س + ١ = ١

ص = ٣٤ س = ٠

مرفوض

∴ س + ص = ٦ + ٤ = ١٠

محمد السيد الحلاج



ارسم دائرة ثم اذكر بكم طريقة يمكنك تحديد مركز هذه الدائرة باستخدام الأدوات الهندسية

الحل

١) نرسم زاوية محيطية قائمة فيكون منتصف الضلع المقابل لها هو المركز

٢) نرسم مماس ثم نرسم وتر عمودي عليه من نقطة التماس فيكون منتصف هذا الوتر هو مركز الدائرة

٣) نرسم مثلث داخل للدائرة فيكون نقطة تلاقي محاور أضلاعه مركز الدائرة

٤) نرسم مثلث خارج الدائرة فيكون نقطة تلاقي منصفات زواياه الداخلة هي مركز الدائرة

٥) نرسم وتر ثم نرسم عمودي عليه من منتصفه فيكون منتصف الوتر العمودي هو نقطة مركز الدائرة

محمد السيد الحلاج

أوجد القيمة العددية للمقدار بدون ح

$$\sqrt[3]{٧+٥\sqrt{٢}} + \sqrt[3]{٧-٥\sqrt{٢}}$$

نفرض أن ل = أ + ب حيث أ = $\sqrt[3]{٧+٥\sqrt{٢}}$

ب = $\sqrt[3]{٧-٥\sqrt{٢}}$

∴ أ^{٣} + ب^{٣} = ١٤

، أ ب = −١

∴ ل^{٣} = أ^{٣} + ب^{٣} + ٣ أ^{٢} ب + ٣ أ ب^{٢}

ل^{٣} = أ^{٣} + ب^{٣} + ٣ أ ب (أ + ب)

ل^{٣} = ١٤ + ٣ × −١ × ل

ل^{٣} + ٣ ل − ١٤ = ٠

ل^{٣} − ٨ + ٣ ل − ٦ = ٠

(ل − ٢)(ل^{٢} + ٢ ل + ٤) + ٣ (ل − ٢) = ٠

(ل − ٢)(ل^{٢} + ٢ ل + ٤ + ٣) = ٠

(ل − ٢)(ل^{٢} + ٢ ل + ٧) = ٠

إما ل = ٢ أو ل = −١ ± $\sqrt{٦}$ ت

∴ أ + ب = ٢

محمد السيد الحلاج

اثبت أن المجموعة الخالية ϕ جزئية من أي مجموعة

الاثبات: أي أنه $\phi \subset$ س مثلاً

بفرض أن ϕ ليست خالية إذاً تحتوي على عنصر

م $\in \phi$ حيث $\phi \not\subset$ س

ولكن ϕ خالية $\therefore$ م $\notin \phi$ $\therefore$ $\phi \subset$ س

محمد السيد الحلاج



أوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{\sqrt{27+\sqrt{200}} + \sqrt{27-\sqrt{200}}}{10}$

حل

$$= \frac{\sqrt{25+10\sqrt{2}+2} + \sqrt{25-10\sqrt{2}+2}}{10}$$

$$= \frac{\sqrt{(5+\sqrt{2})^2} + \sqrt{(5-\sqrt{2})^2}}{10} = \frac{5+\sqrt{2}+5-\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{10}{10} = 1$$

محمد السيد الحلاج

أوجد القيمة العددية للمقدار

$$\sqrt{6} - \sqrt{7-\sqrt{24}}$$

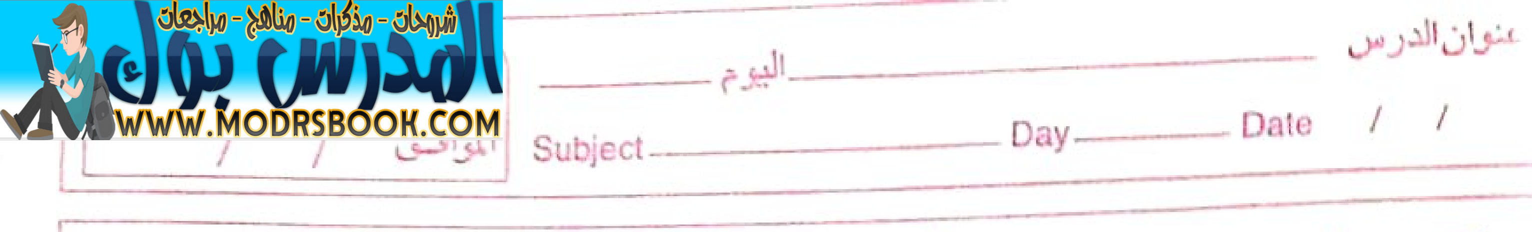
حل

$$= \sqrt{6} - \sqrt{6-2\sqrt{6}+1}$$

$$= \sqrt{6} - \sqrt{(\sqrt{6}-1)^2} = \sqrt{6} - (\sqrt{6}-1)$$

$$= \sqrt{6} - \sqrt{6} + 1 = 1$$

محمد السيد الحلاج



متى يقبل عدد ما القسمة على ١١ ؟

اذا كان ص - س يقبل القسمة على ١١

مثال ٤٤٨ ← ٤٤ - ٨ = ٣٦ لا يقبل القسمة على ١١ ← ٤٤٨ لا يقبل

متى يقبل عدد ما القسمة على ١٣ ؟

اذا كان ص + ٤ س يقبل القسمة على ١٣

متى يقبل عدد ما القسمة على ١٧ ؟

اذا كان ص - ٥ س يقبل القسمة على ١٧

متى يقبل عدد ما القسمة على ١٩ ؟

اذا كان ص + ٢ س يقبل القسمة على ١٩

متى يقبل عدد ما القسمة على ٢٣ ؟

اذا كان ص + ٧ س يقبل القسمة على ٢٣

محمد البنا الحلاج



انشاءات هندسية

١) ارسم △ أ ب جـ فيه ق(∠جـ) = ٥٠° ، ب جـ = ٧ سم ، أ جـ = أ ب + ٢

٢) ارسم △ أ ب جـ فيه ق(∠جـ) = ٦٠° ، ق(∠ب) = ٧٠° ، أ ب + أ جـ = ٨ سم

٣) ارسم △ أ ب جـ فيه أ ب + أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ٦ سم ، ق(∠ب) = ٦٠°

٤) ارسم مثلث اذا علم أن أطوال متوسطاته ٢ سم ، ٩ سم ، ٦ سم

٥) ارسم مثلث أ ب جـ فيه أ ب = ٦ سم ، أ جـ = ٨ سم ، طول المتوسط أ ء = ٣ سم

٦) انشئ △ أ ب جـ الذي محيطه = ٢٠ سم ، ق(∠ب) = ٦٠° ، ق(∠جـ) = ٧٠°

محمد السيد الحلاج



ارسم باستخدام الأدوات الهندسية

Δ أ ب جـ الذي فيه أ ب + ب جـ = ١٢ سم ، ق(∠ب) = ٧٠° ، ق(∠جـ) = ٦٠°

الحل خطوات الرسم

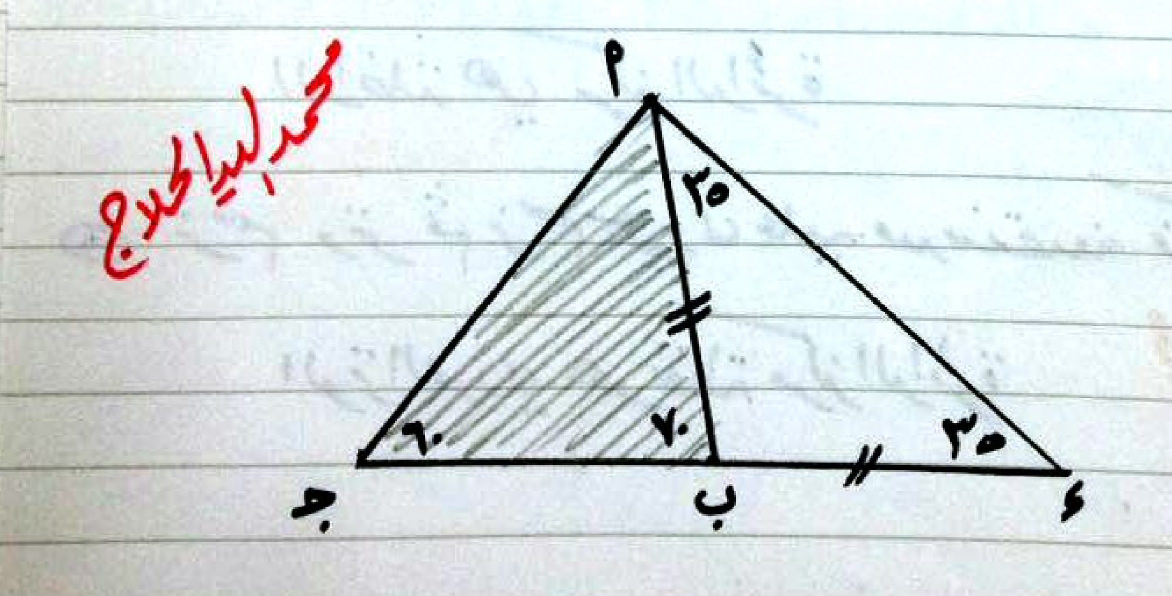
١) نرسم قطعة مستقيمة طولها ١٢ سم ولتكن ء جـ = ١٢ سم

٢) عند جـ نرسم زاوية قياسها ٦٠°

٣) عند ء نرسم زاوية قياسها = $\frac{1}{2}$ ق(∠ب) = ٣٥°

٤) عند أ نرسم زاوية مطابقة لزاوية ء يقطع ء جـ في ب

فينتج Δ أ ب جـ المطلوب .



ارسم Δ أ ب جـ محيطه = ١٥ سم ، ق(ب) = ٧٠° ، ق(جـ) = ٦٠°

الحل خطوات الرسم

① نرسم ءهـ طولها = ١٥ سم

② عند ء نرسم زاوية قياسها = ½ ق(ب) = ٣٥°

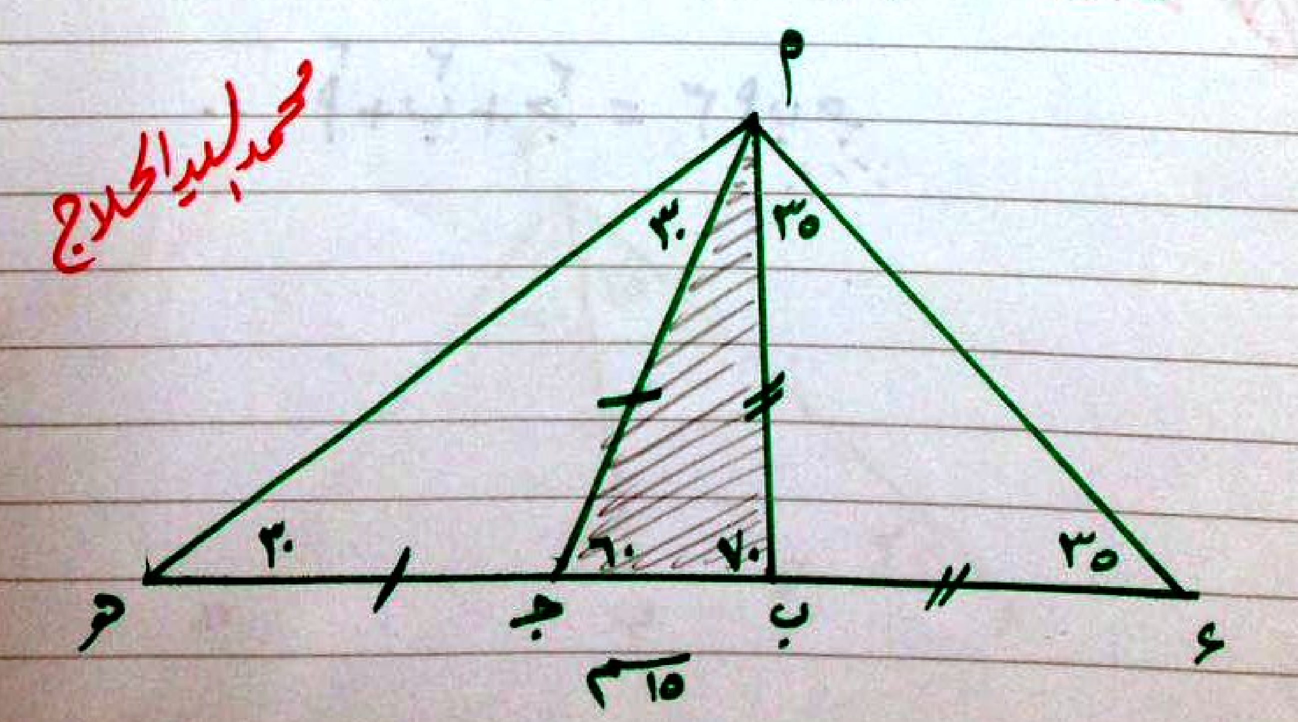
③ عند هـ نرسم زاوية قياسها = ½ ق(جـ) = ٣٠°

ينتج Δ أ ء هـ

④ عند أ نرسم زاوية مطابقة لزاوية ء ويقطع ضلعها ءهـ في ب

⑤ عند أ نرسم زاوية مطابقة لزاوية هـ ويقطع ضلعها ءهـ في جـ

فينتج Δ أ ب جـ المطلوب



إذا كان $أ + ب + جـ = ٠$ أثبت أن

$أ^{٣} + ب^{٣} + جـ^{٣} = ٣ أ ب جـ$

الحل

$\because أ + ب + جـ = ٠$

$\therefore أ + ب = - جـ$ بتكعيب الطرفين

$\therefore (أ + ب)^{٣} = - جـ^{٣}$

$(أ + ب)^{٢}(أ + ب) = - جـ^{٣}$

$(أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢})(أ + ب) = - جـ^{٣}$

$أ^{٣} + ب^{٣} + جـ^{٣} + أ^{٢} ب + ٢ أ^{٢} ب + ٢ أ ب^{٢} + أ ب^{٢} = ٠$

$أ^{٣} + ب^{٣} + جـ^{٣} + ٣ أ^{٢} ب + ٣ أ ب^{٢} = ٠$

$أ^{٣} + ب^{٣} + جـ^{٣} + ٣ أ ب \underset{}{\overset{(أ + ب)}{(- جـ)}} = ٠$

$\therefore أ^{٣} + ب^{٣} + جـ^{٣} - ٣ أ ب جـ = ٠$

$\therefore أ^{٣} + ب^{٣} + جـ^{٣} = ٣ أ ب جـ$

محمد السيد الحلاج

لماذا قياس الزاوية المركزية يساوي قياس القوس المقابل ؟

لأن قياس الدائرة = مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة المركز
= 360°

بالتالي قياس أي قوس في الدائرة يساوي قياس زاويته المركزية

في الشكل المقابل
اثبت أن

ق(∠أ هـ جـ) = $\frac{1}{2}$ [ق(أجـ⌒) + ق(ب د⌒)]

العمل : نرسم $\overline{\text{أد}}$

البرهان :

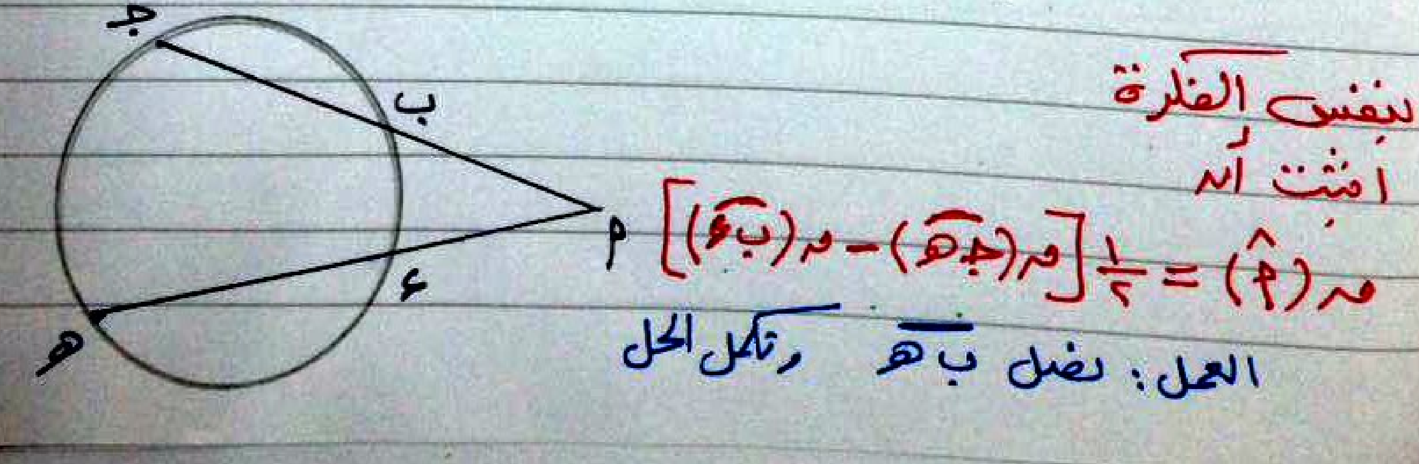
∵ ق(∠أ هـ جـ) = ق(∠د) + ق(∠أ)
لأنها خارجة عن △ أهـد

∵ ق(∠د) = $\frac{1}{2}$ ق(أجـ⌒) ، ق(∠أ) = $\frac{1}{2}$ ق(ب د⌒)

∴ ق(∠أ هـ جـ) = $\frac{1}{2}$ ق(أجـ⌒) + $\frac{1}{2}$ ق(ب د⌒)

= $\frac{1}{2}$ [ق(أجـ⌒) + ق(ب د⌒)]

محمد السيد الحلاج

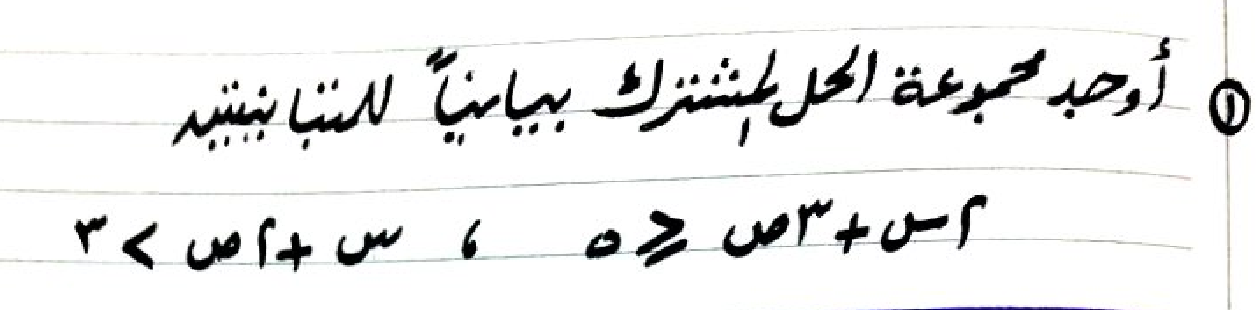


بنفس الفكرة
اثبت أن

ق(∠أ) = $\frac{1}{2}$ [ق(جـ هـ⌒) − ق(ب د⌒)]

العمل : نصل $\overline{\text{ب هـ}}$ وتكمل الحل





① أوجد مجموعة الحل المشترك بيانياً للمتباينتين

٢س + ٣ص ≤ ٥ ، س + ٢ص < ٣

② أوجد مجموعة حل النظام { س − ص = ٢ ، ٢س − ٢ص = ٤ }

③ إذا كانت س ، ص ∈ ص+ أوجد قيمة كلاً منها التي تحقق

$\text{س}^2 - \text{ص}^2 = 5$

④ إذا كانت $\text{س} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ ، $\text{ص} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$

فأوجد قيمة $\text{س}^2 + \text{ص}^2$

⑤ اختصر لأبسط صورة

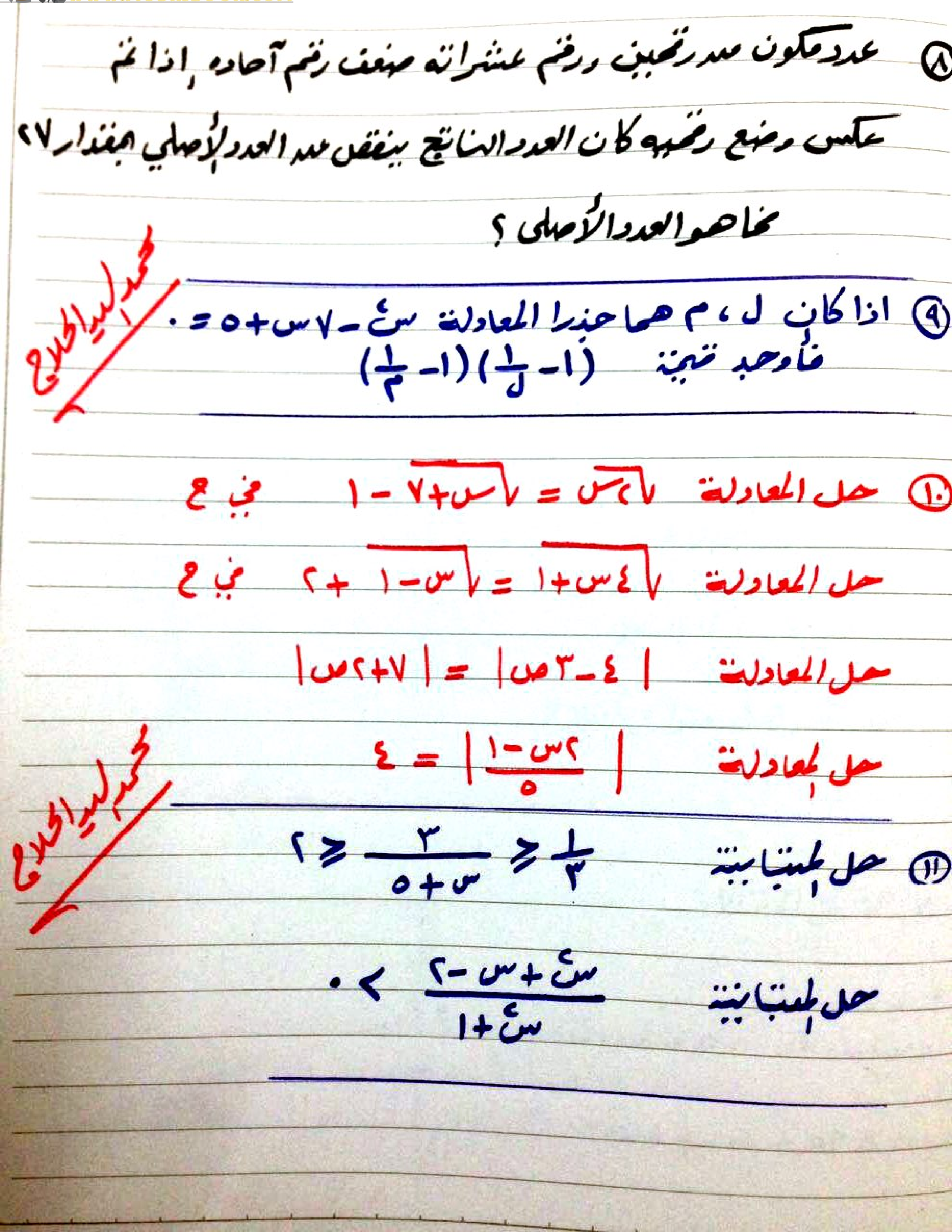
$$\frac{(\sqrt{7})^{3} \times (-2\sqrt{7})^{2} \times (-\sqrt{7})^{4}}{(-\sqrt{7})^{5}}$$

⑥ اختصر لأبسط صورة

$$\frac{(4)^{2\text{ن}} \times (28)^{3-3\text{ن}}}{(14)^{1-\text{ن}} \times (49)^{1-\text{ن}}}$$

⑦ أوجد مجموعة حل المعادلة

$3^{2\text{ن}} - 10 \times 3^{\text{ن}} + 9 = 0$ ، ن ∈ ص



٨) عدد مكون من رقمين رقم عشراته ضعف رقم آحاده , اذا تم عكس وضع رقميه كان العدد الناتج ينقص عن العدد الأصلي بمقدار ٢٧ فما هو العدد الأصلي ؟

٩) اذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة $\text{س}^2 - 7\text{س} + 5 = 0$ فأوجد نتيجة $\left(1 - \frac{1}{\text{ل}}\right)\left(1 - \frac{1}{\text{م}}\right)$

١٠) حل المعادلة $\sqrt{2\text{س}} = \sqrt{\text{س} + 7} - 1$ في ح

حل المعادلة $\sqrt{4\text{س} + 1} = \sqrt{\text{س} - 1} + 2$ في ح

حل المعادلة $|4 - 3\text{ص}| = |7 + 2\text{ص}|$

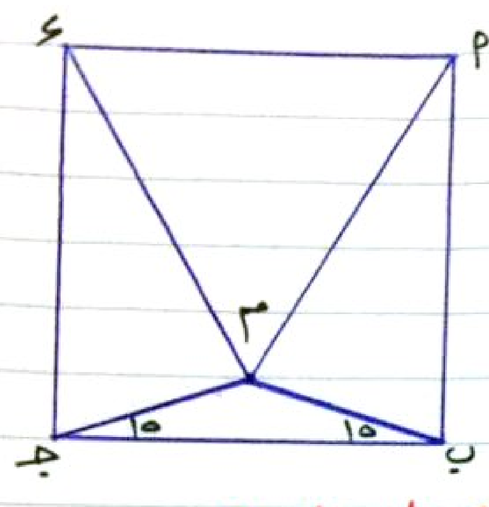
حل المعادلة $\left|\frac{2\text{س} - 1}{5}\right| = 4$

١١) حل المتباينة $\frac{1}{3} \leq \frac{3}{\text{س} + 5} \leq 2$

حل المتباينة $\frac{\text{س}^2 + \text{س} - 2}{\text{س}^2 + 1} < 0$

تمارين هندسية (1)

(1)



في الشكل المقابل

أ ب جـ د مربع ، م نقطة داخله

حيث $ق(\angle م ب جـ) = ق(\angle م جـ ب) = 15^\circ$

اثبت أن $\triangle$ م أ د متطابق الأضلاع

محمد السيد الحلاج

(2)

في الشكل المقابل

أ ب جـ د متوازي أضلاع

تم مد كل ضلع من أضلاعه

بمسافة ف كما بالشكل

برهن أن

الشكل م ن ك ل متوازي أضلاع

محمد السيد الحلاج

(3)

في الشكل المقابل

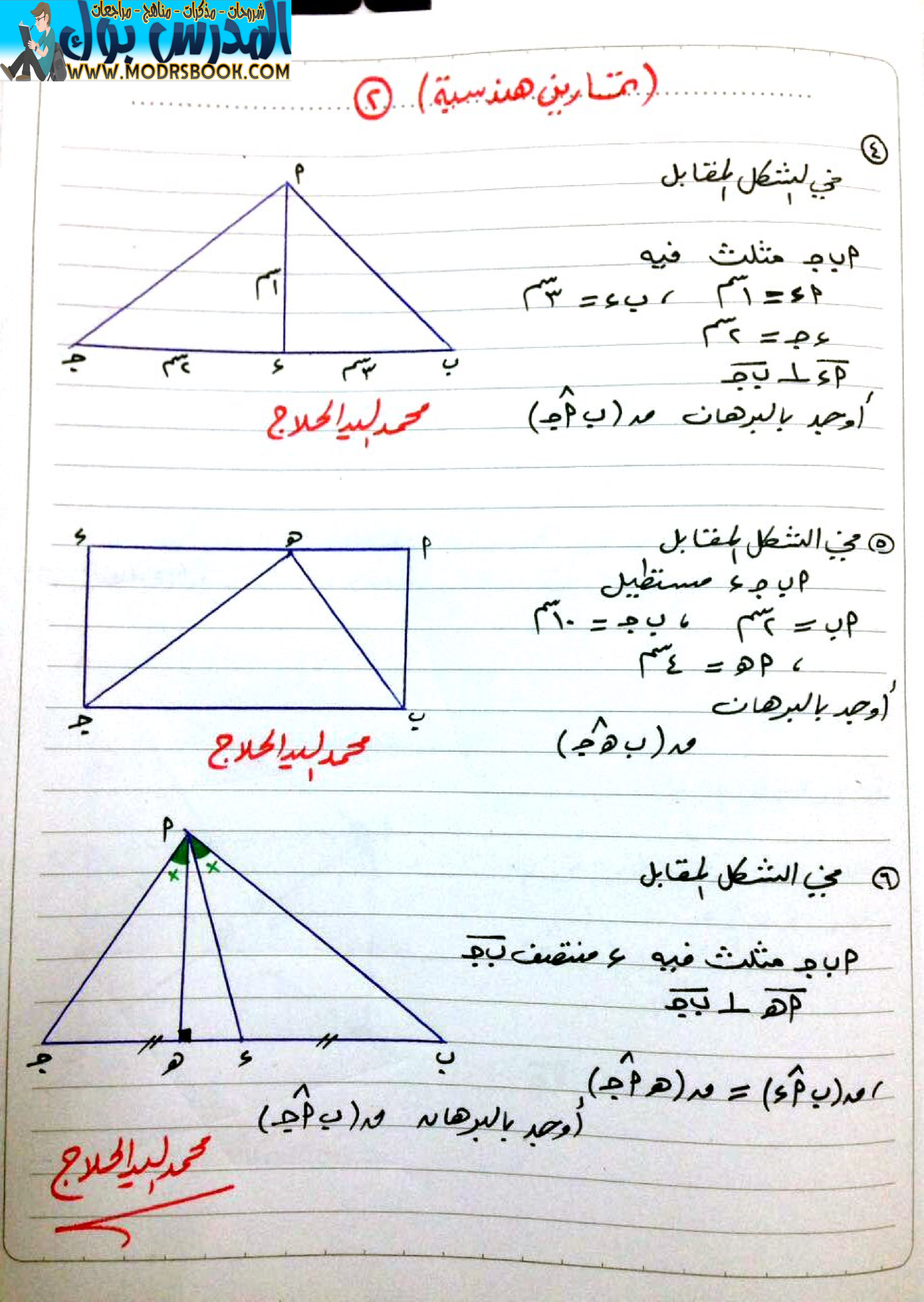
أ ب جـ د مستطيل

و منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{ب جـ}$

اثبت أن

مساحة $\triangle$ م هـ جـ $= \frac{1}{8}$ مساحة المستطيل أ ب جـ د

محمد السيد الحلاج



(تمارين هندسية) ②

④ في الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث فيه

أ د = ١ سم ، ب د = ٣ سم

د جـ = ٢ سم

$\overline{أد} \perp \overline{ب جـ}$

أوجد بالبرهان ق(∠ب أ جـ)

محمد السيد الحلاج

⑤ في الشكل المقابل

أ ب جـ د مستطيل

أ ب = ٢ سم ، ب جـ = ١٠ سم

، أ هـ = ٤ سم

أوجد بالبرهان

ق(∠ب هـ جـ)

محمد السيد الحلاج

⑥ في الشكل المقابل

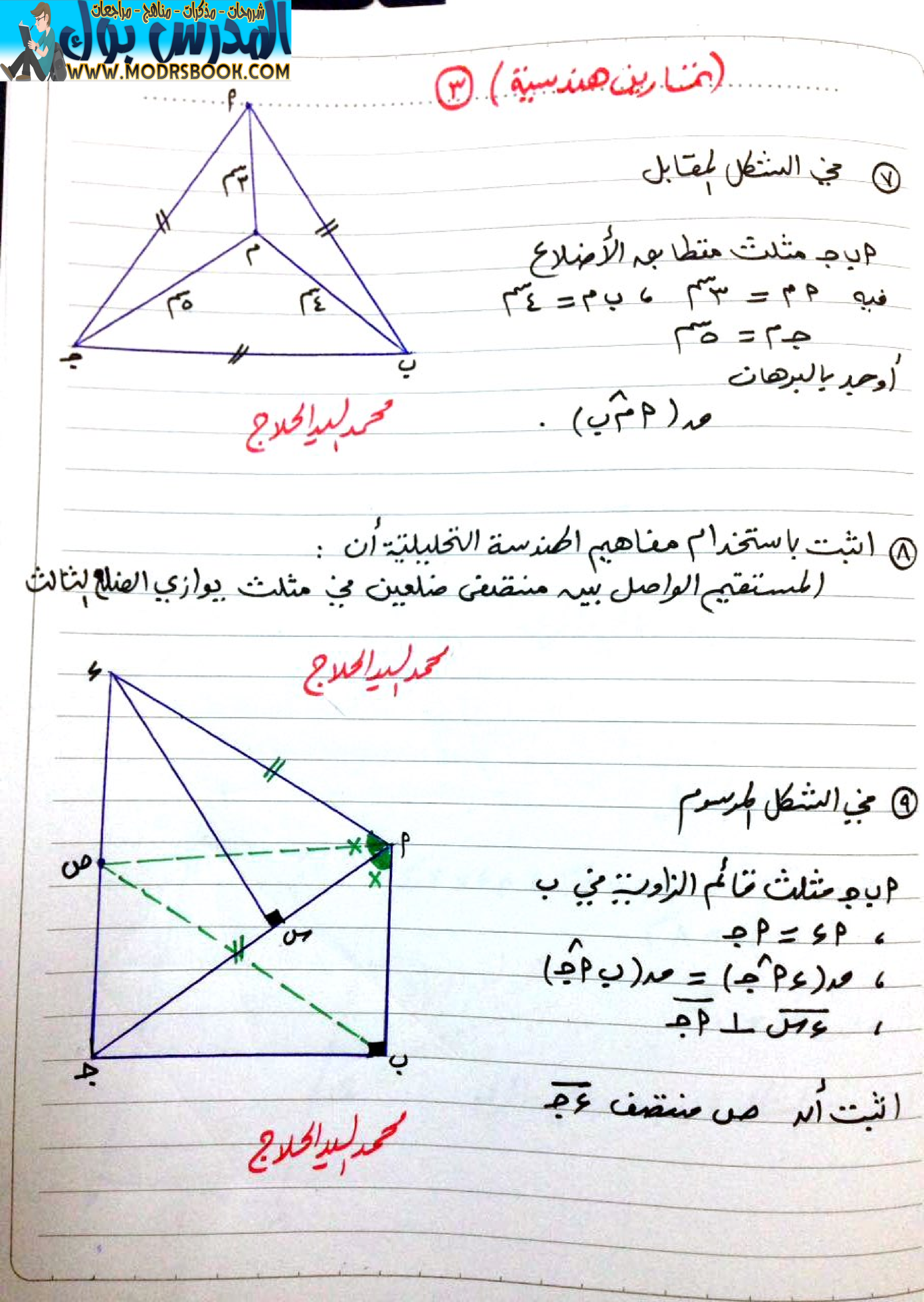
أ ب جـ مثلث فيه د منتصف $\overline{ب جـ}$

$\overline{أ هـ} \perp \overline{ب جـ}$

، ق(∠ب أ د) = ق(∠هـ أ جـ)

أوجد بالبرهان ق(∠ب أ جـ)

محمد السيد الحلاج



(تمارين هندسية ③)

⑦ في الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث متطابق الأضلاع

فيه أ م = ٣سم ، ب م = ٤سم

جـ م = ٥سم

أوجد بالبرهان

ق(أ م̂ ب) .

⑧ اثبت باستخدام مفاهيم الهندسة التحليلية أن :

المستقيم الواصل بين منتصفي ضلعين في مثلث يوازي الضلع الثالث

⑨ في الشكل المرسوم

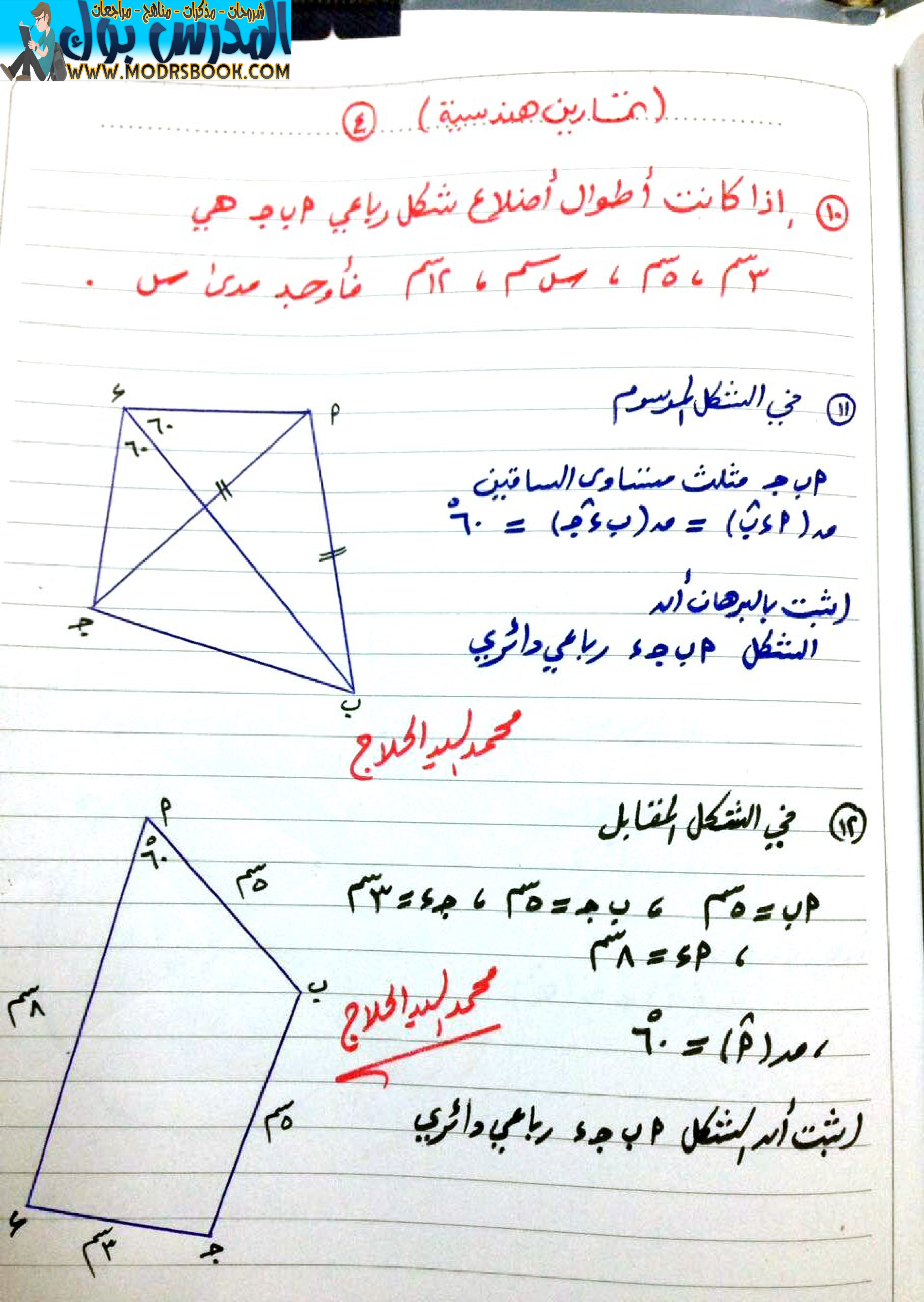
أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب

، ء أ = أ جـ

، ق(ء أ̂ جـ) = ق(ب أ̂ جـ)

، ء س ⊥ أ جـ

اثبت أن ص منتصف ء جـ



(تمارين هندسية) ٤

(١٠) إذا كانت أطوال أضلاع شكل رباعي م ب جـ هي
٣سم ، ٥سم ، س سم ، ١٢سم فأوجد مدى س .

(١١) في الشكل المرسوم

م ب جـ مثلث متساوي الساقين
ق(م ء ب) = ق(ب ء جـ) = ٦٠°

اثبت بالبرهان أن
الشكل م ب جـ ء رباعي دائري

محمد السيد الحلاج

(١٢) في الشكل المقابل

م ب = ٥سم ، ب جـ = ٥سم ، جـ ء = ٣سم
، م ء = ٨سم

، ق(م̂) = ٦٠°

اثبت أن الشكل م ب جـ ء رباعي دائري

محمد السيد الحلاج

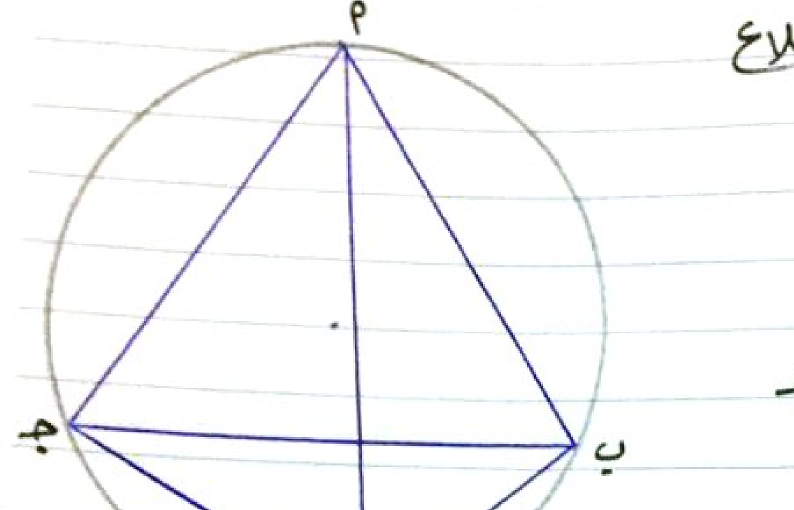


(تمارين هندسية) ٥

١٣) أ ب جـ مثلث متطابق الأضلاع مرسوم داخل دائرة

، د ∈ ب⌢جـ الأصغر

أثبت أن أ د = ب د + د جـ



١٤) في الشكل المرسوم

أ ب جـ د هـ شكل خماسي مرسوم في نصف دائرة

أوجد بالبرهان

ق(جـ̂) + ق(هـ̂)

د
جـ
هـ
ب
م
أ

محمد السيد الحلاج



حل المعادلة التالية في R

$$x = 12 - \sqrt{12 - \sqrt{x}}$$

<u>الحل</u>: من المعادلة يتضح لنا أنه

$$x = 12 - \sqrt{x}$$

$$\therefore x + \sqrt{x} - 12 = 0$$

$$(\sqrt{x})^2 + \sqrt{x} - 12 = 0$$

$$(\sqrt{x} + 4)(\sqrt{x} - 3) = 0$$

$\therefore \sqrt{x} = -4$ ، $\sqrt{x} = 3$

مرفوض $\qquad x = 9$

التحقق

$$9 \overset{?}{=} 12 - \sqrt{12 - \sqrt{9}}$$

$$9 \overset{?}{=} 12 - \sqrt{12 - 3}$$

$$9 \overset{?}{=} 12 - \sqrt{9}$$

$$9 \overset{\checkmark}{=} 12 - 3$$

$\therefore$ الحل $x = 9$

أوجد مجموعة حل المعادلة في ح

$$\text{س}^2 + \frac{\text{س}^2}{(\text{س}+1)^2} = 3$$

الحل

بوضع $\text{ص} = \text{س} + 1 \Leftarrow \text{س} = \text{ص} - 1$

$$\therefore (\text{ص}-1)^2 + \frac{(\text{ص}-1)^2}{\text{ص}^2} = 3$$

$$(\text{ص}-1)^2 + \left(\frac{\text{ص}-1}{\text{ص}}\right)^2 - 3 = 0$$

$$(\text{ص}-1)^2 + \left(1 - \frac{1}{\text{ص}}\right)^2 - 3 = 0$$

$$\text{ص}^2 - 2\text{ص} + 1 + 1 - \frac{2}{\text{ص}} + \frac{1}{\text{ص}^2} - 3 = 0$$

$$\text{ص}^2 - 2\text{ص} + 2 - \frac{2}{\text{ص}} + \frac{1}{\text{ص}^2} - 3 = 0$$

$$\left(\text{ص}^2 + 2 + \frac{1}{\text{ص}^2}\right) - \left(2\text{ص} + \frac{2}{\text{ص}}\right) - 3 = 0$$

$$\left(\text{ص} + \frac{1}{\text{ص}}\right)^2 - 2\left(\text{ص} + \frac{1}{\text{ص}}\right) - 3 = 0$$

$$\left(\text{ص} + \frac{1}{\text{ص}} - 3\right)\left(\text{ص} + \frac{1}{\text{ص}} + 1\right) = 0$$

إما $\text{ص} + \frac{1}{\text{ص}} - 3 = 0$ أو $\text{ص} + \frac{1}{\text{ص}} + 1 = 0$

$\text{ص}^2 - 3\text{ص} + 1 = 0$ ، $\text{ص}^2 + \text{ص} + 1 = 0$

$\emptyset$

بالقانون

$$\text{ص} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} - 1$$

$$\therefore \text{م.ح} = \left\{\frac{1+\sqrt{5}}{2} ، \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right\}$$

إذا كانت أ $(س_1 ، ص_1)$ ، ب $(س_2 ، ص_2)$ ، جـ $(س_3 ، ص_3)$

هي رؤوس مثلث أ ب جـ فأثبت أن إحداثيات

نقطة تقاطع متوسطاته هي م $\left(\frac{س_1 + س_2 + س_3}{3} ، \frac{ص_1 + ص_2 + ص_3}{3}\right)$

الإثبات: نفرض أن ء هي نقطة منتصف $\overline{بجـ}$

$\therefore$ ء $= \left(\frac{س_2 + س_3}{2} ، \frac{ص_2 + ص_3}{2}\right)$

النقطة م هي نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم المتوسط $\overline{أء}$ من الداخل من جهة أ بنسبة 2 : 1

$\therefore$ نفرض إحداثيات م هي $(س ، ص)$

$\therefore$ م $(س ، ص) = \left(\frac{س_1 + 2 \times \frac{س_2 + س_3}{2}}{2 + 1} ، \frac{ص_1 + 2 \times \frac{ص_2 + ص_3}{2}}{2 + 1}\right)$

$\therefore$ م $(س ، ص) = \left(\frac{س_1 + س_2 + س_3}{3} ، \frac{ص_1 + ص_2 + ص_3}{3}\right)$

مثلث أ ب جـ فيه ء (٣ ، -٢) منتصف أب ، ى (-٥ ، ١) منتصف ب جـ

، ن (٢ ، ٧) منتصف أ جـ أوجد احداثيات رؤوس المثلث أ ب جـ

قاعدة اذا كانت النقاط (س١ ، ص١) ، (س٢ ، ص٢) ، (س٣ ، ص٣) هي ثلاثة رؤوس لمتوازي أضلاع فإيجاد احداثي الرأس الرابعة يكون (س١ - س٢ + س٣ ، ص١ - ص٢ + ص٣)

الحل

جـ
ن (٢ ، ٧)
أ
ى (-٥ ، ١)
ء (٣ ، -٢)
ب

النقاط أ ، ء ، ى ، ن رؤوس متوازي أضلاع

∴ احداثيا أ = (٣ + ٥ + ٢ ، -٢ - ١ + ٧)
= (١٠ ، ٤)

، النقاط ب ، ء ، ن ، ى رؤوس متوازي أضلاع

∴ احداثيا ب = (٣ - ٢ - ٥ ، -٢ - ٧ + ١)
= (-٤ ، -٨)

، النقاط جـ ، ن ، ء ، ى رؤوس متوازي أضلاع

∴ احداثيا جـ = (٢ - ٣ - ٥ ، ٧ + ٢ + ١)
= (-٦ ، ١٠)

محمد السيد الحلاج
٢٧/٤/٢٠١٦م

معلومة على الهامش

إذا كانت $أ(س_1، ص_1)$ ، $ب(س_2، ص_2)$ ، $جـ(س_3، ص_3)$ هي

رؤوس متوازي أضلاع فإن إحداثي الرأس الرابعة يكون

$(س_1 - س_2 + س_3 \text{ ، } ص_1 - ص_2 + ص_3)$

مثال إذا كانت أ(٠ ، ١) ، ب(٢ ، ٤) ، جـ(٦ ، ٤) هي ثلاث

رؤوس لمتوازي أضلاع فأوجد إحداثي ء الرأس الرابعة

الحل

بتطبيق الطريقة (وبدون أي خطوات)

ء = (٠ - ٢ + ٦ ، ١ - ٤ + ٤) = (٤ ، ١)

محمد السيد الحلاج

أوجد $\int \frac{dx}{x(x^9+1)}$

$$I = \int \frac{dx}{x^{10}(1+x^{-9})}$$

Let $y = 1 + x^{-9}$

$$dy = -9x^{-10}\,dx \Rightarrow dx = -\frac{1}{9}x^{10}\,dy$$

$$\therefore I = \int \frac{-\frac{1}{9}x^{10}\,dy}{x^{10}\,y} = -\frac{1}{9}\int \frac{dy}{y}$$

$$I = -\frac{1}{9}\ln|y| + c = -\frac{1}{9}\ln|1+x^{-9}| + c$$



أي الحلين صحيح

$\sqrt{-٤} \times \sqrt{-٩}$

$= \sqrt{٤ت^٢} \times \sqrt{٩ت^٢}$

$= \sqrt{٣٦ت^٤}$

$= \sqrt{٣٦ \times ١}$

$= ٦$

أم

$\sqrt{-٤} \times \sqrt{-٩}$

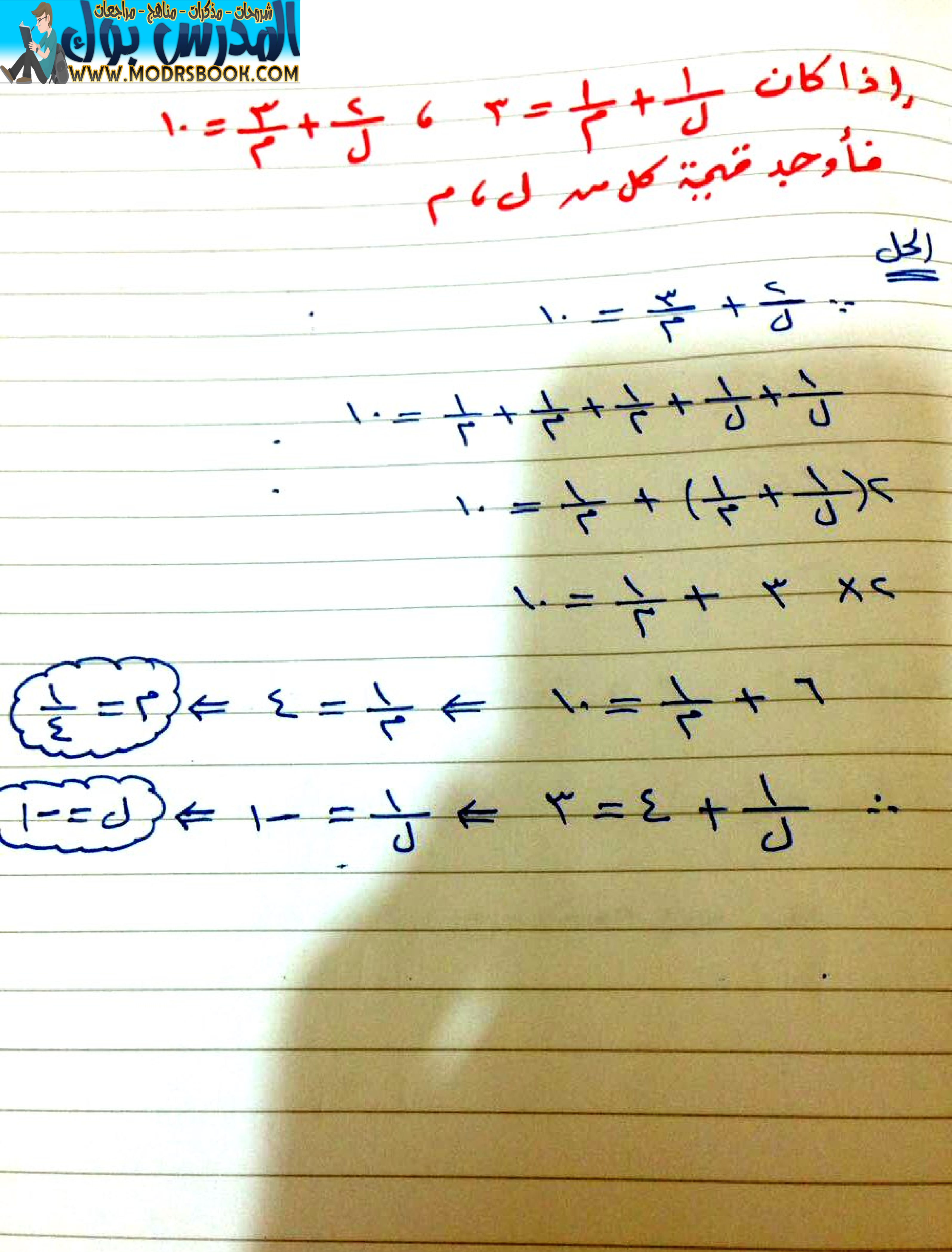
$\sqrt{٤}\,ت \times \sqrt{٩}\,ت$

$= ٢ت \times ٣ت$

$= ٦ت^٢$

$= -٦$

طبعاً الحل -٦ هو الصحيح وذلك لأن شرط تطبيق خواص الجذور التربيعية هو أن يكون الجذور هو عدد حقيقي موجب إتحاد صفر



إذا كان $\frac{1}{ل} + \frac{1}{م} = ٣$ ، $\frac{٢}{ل} + \frac{٣}{م} = ١٠$

فأوجد قيمة كل من ل ، م

الحل

$\because \frac{٢}{ل} + \frac{٣}{م} = ١٠$

$\frac{1}{ل} + \frac{1}{ل} + \frac{1}{م} + \frac{1}{م} + \frac{1}{م} = ١٠$

$٢\left(\frac{1}{ل} + \frac{1}{م}\right) + \frac{1}{م} = ١٠$

$٢ \times ٣ + \frac{1}{م} = ١٠$

$٦ + \frac{1}{م} = ١٠ \Leftarrow \frac{1}{م} = ٤ \Leftarrow م = \frac{1}{٤}$

$\therefore \frac{1}{ل} + ٤ = ٣ \Leftarrow \frac{1}{ل} = -١ \Leftarrow ل = -١$



أوجد مجموعة حل المعادلة

$$\log_2(x-1) - \log_2(x+3) = \log_2\left(\frac{1}{x}\right)$$

الحل أولاً نوجد المجال نجد أنه

$x \in (1, \infty)$

$$\therefore \log_2 \frac{x-1}{x+3} = \log_2 \frac{1}{x}$$

$$\therefore \frac{x-1}{x+3} = \frac{1}{x}$$

$$x(x-1) = x+3$$

$$x^2 - x - x - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$\therefore x = 3 \in (1, \infty)$ ، $x = -1 \notin (1, \infty)$

$\therefore$ مجموعة الحل هي $\{3\}$

أحد طرق التكامل هو التكامل بالتعويض

$$\int \frac{\text{س}^2 - 6\text{س}}{(\text{س} - 3)^5}\, \text{ءس}$$

نضع $\text{ص} = \text{س} - 3 \quad \leftarrow \quad \text{س} = \text{ص} + \dots$

$\text{ءص} = \text{ءس} \qquad \text{س}^2 = \dots$

$$\therefore \int \frac{\text{س}^2 - 6\text{س}}{(\text{س} - 3)^5}\, \text{ءس} = \int \frac{\text{ص}^2 + 6\text{ص} + 9 - 6(\text{ص} + 3)}{\text{ص}^5}\, \text{ءص}$$

$$= \int \frac{\text{ص}^2 + 6\text{ص} + 9 - 6\text{ص} - 18}{\text{ص}^5}\, \text{ءص}$$

$$= \int \frac{\text{ص}^2 - 9}{\text{ص}^5}\, \text{ءص}$$

$$= \int (\text{ص}^{-3} - 9\text{ص}^{-5})\, \text{ءص}$$

$$= -\frac{1}{2}\text{ص}^{-2} + \frac{9}{4}\text{ص}^{-4} + \text{ث}$$

$$= -\frac{1}{2}(\text{س} - 3)^{-2} + \frac{9}{4}(\text{س} - 3)^{-4} + \text{ث}$$

حل المعادلة

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$

باستخدام نظرية الأصفار النسبية الممكنة

عوامل المعامل الرئيسي ± 1

عوامل الحد الثابت $\pm 1, \pm 6, \pm 2, \pm 3$

نفرض أن

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

نختبر 1

$$\therefore f(1) = (1)^3 - 6(1)^2 + 11(1) - 6 = 0$$

$\therefore$ 1 هو صفر من الأصفار

$\therefore$ $(x-1)$ عامل من العوامل

باستخدام القسمة التركيبية نوجد باقي العوامل

1	1	-6	11	-6
		1	-5	6
	1	-5	6	0

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-3)(x-2) = 0$$

$$x = 3 \quad , \quad x = 2$$

$\therefore$ م.ح = $\{1, 2, 3\}$

أوجد قيمة x

$$\sqrt{4+\sqrt{4-\sqrt{4+\sqrt{4-x}}}} = x$$

الحل بتربيع الطرفين

$$4+\sqrt{4-x} = x^2$$

$$\sqrt{4-x} = x^2-4$$

لابد من وضع شرط الحل وهو

$4-x \geq 0$ و $x^2-4 \geq 0$

$x \leq 4$ و $x^2 \geq 4$

$|x| \geq 2$

$x \geq 2$ أو $x \leq -2$

بالتالي

$$x \in (-\infty,4] \cap [2,\infty) \cup (-\infty,-2]$$

$$\therefore x \in (-\infty,-2] \cup [2,4]$$

الآن نحل المعادلة

$$\therefore \sqrt{4-x} = x^2-4$$

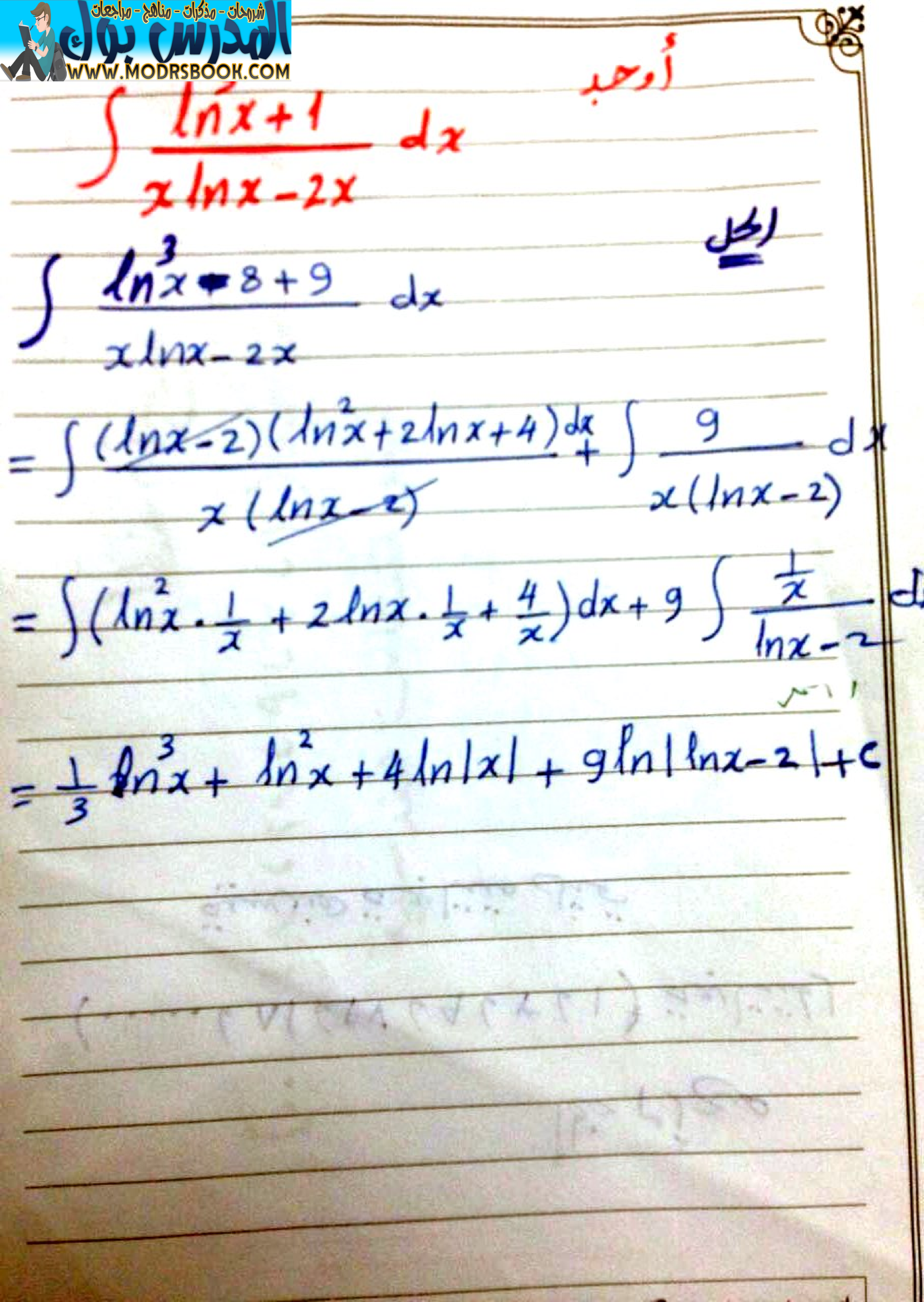
بتربيع الطرفين

$$4-x = x^4-8x^2+16$$

$$\therefore x^4-8x^2+x+12 = 0$$

بالآلة الحاسبة نجد أن الحل المقبول هو $x = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$

$$\therefore x = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$$



أوجد

$$\int \frac{\ln x + 1}{x\ln x - 2x}\,dx$$

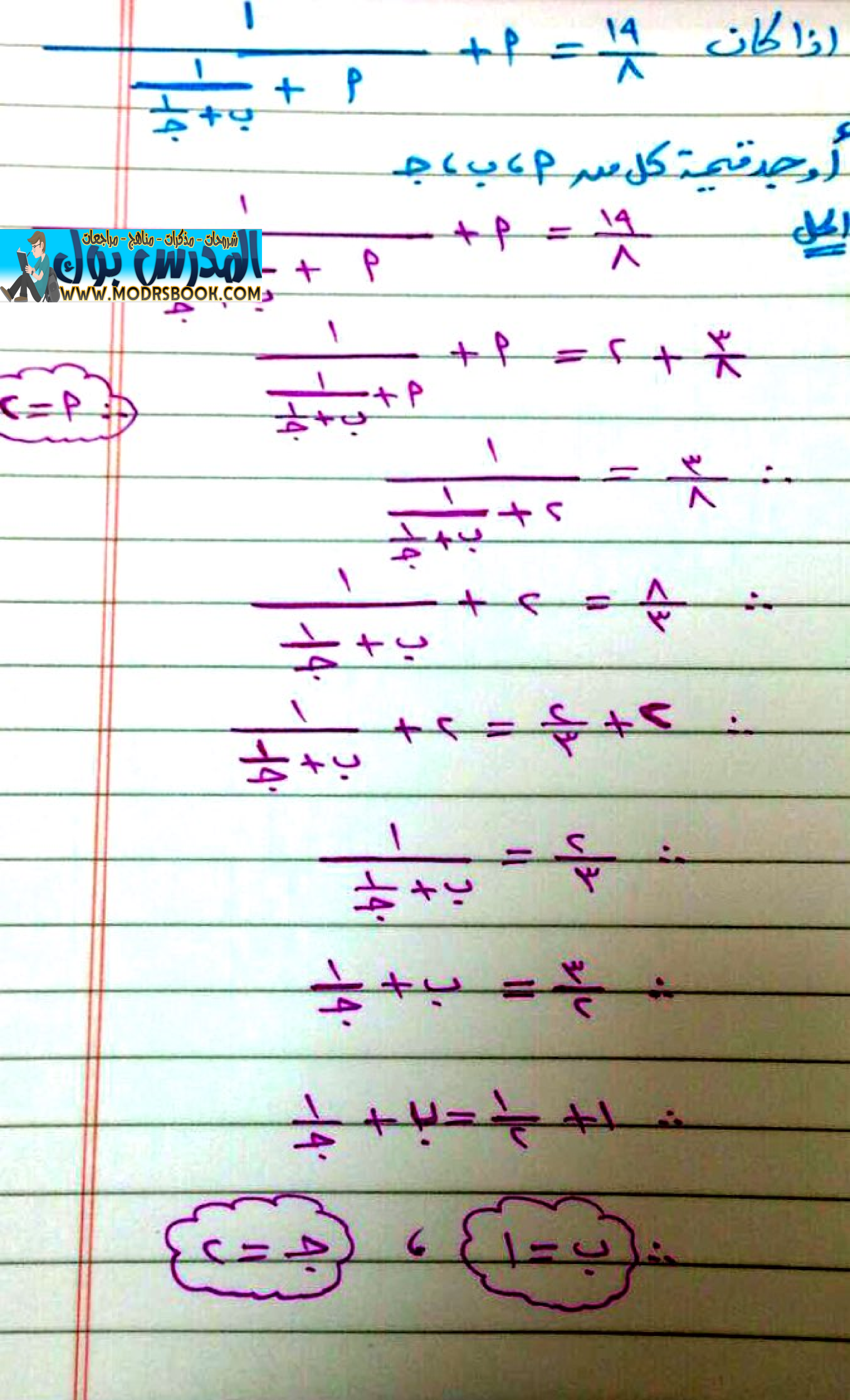
الحل

$$\int \frac{\ln^3 x - 8 + 9}{x\ln x - 2x}\,dx$$

$$= \int \frac{(\ln x - 2)(\ln^2 x + 2\ln x + 4)}{x(\ln x - 2)}\,dx + \int \frac{9}{x(\ln x - 2)}\,dx$$

$$= \int \left(\ln^2 x \cdot \frac{1}{x} + 2\ln x \cdot \frac{1}{x} + \frac{4}{x}\right)dx + 9\int \frac{\frac{1}{x}}{\ln x - 2}\,dx$$

$$= \frac{1}{3}\ln^3 x + \ln^2 x + 4\ln|x| + 9\ln|\ln x - 2| + c$$



إذا كان $\frac{19}{8} = \text{أ} + \cfrac{1}{\text{أ} + \cfrac{1}{\text{ب} + \cfrac{1}{\text{ج}}}}$

أوجد قيمة كل من أ ، ب ، ج

الحل

$$\frac{19}{8} = \text{أ} + \cfrac{1}{\text{أ} + \cfrac{1}{\text{ب} + \cfrac{1}{\text{ج}}}}$$

$$2 + \frac{3}{8} = \text{أ} + \cfrac{1}{\text{أ} + \cfrac{1}{\text{ب} + \cfrac{1}{\text{ج}}}}$$

$\therefore$ أ $= 2$

$$\therefore \frac{3}{8} = \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\text{ب} + \cfrac{1}{\text{ج}}}}$$

$$\therefore \frac{8}{3} = 2 + \cfrac{1}{\text{ب} + \cfrac{1}{\text{ج}}}$$

$$\therefore 2 + \frac{2}{3} = 2 + \cfrac{1}{\text{ب} + \cfrac{1}{\text{ج}}}$$

$$\therefore \frac{2}{3} = \cfrac{1}{\text{ب} + \cfrac{1}{\text{ج}}}$$

$$\therefore \frac{3}{2} = \text{ب} + \frac{1}{\text{ج}}$$

$$\therefore 1 + \frac{1}{2} = \text{ب} + \frac{1}{\text{ج}}$$

$\therefore$ ب $= 1$ ، ج $= 2$

أوجد

① $\int \frac{\tan^2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$

$= \int \frac{\sec^2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}\,dx = \int \left(\frac{\sec^2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx$

$= \int \left(\sec^2\sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} - x^{-\frac{1}{2}}\right)dx = \int \left(2\sec^2\sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} - x^{-\frac{1}{2}}\right)dx$

$= 2\tan\sqrt{x} - 2x^{\frac{1}{2}} + c$

② $\int \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}\,dx$

$= \int \tan^2 x\,dx = \int (\sec^2 x - 1)\,dx$

$= \tan x - x + c$

③ $\int \sqrt{e^{2x} + e^{-2x} + 2}\,dx$

$= \int \sqrt{(e^x)^2 + 2e^0 + (e^{-x})^2}\,dx = \int \sqrt{(e^x + e^{-x})^2}\,dx$

$= \pm \int (e^x + e^{-x})\,dx = \pm (e^x - e^{-x}) + c$

④ $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx$

$= \int 2e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx = 2e^{\sqrt{x}} + c$

⑤ $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\,dx = \int e^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{1}{x^2}\,dx = -e^{\frac{1}{x}} + c$

$\ldots dx$

$$= \int \tan x \cdot \tan^2 x \, dx = \int \tan x \cdot (\sec^2 x - 1) \, dx$$

$$= \int (\tan x \sec^2 x - \tan x) \, dx = \int \left(\tan x \sec^2 x - \frac{\sin x}{\cos x}\right) dx$$

$$= \frac{1}{2}\tan^2 x + \ln|\cos x| + c$$

② $\int \csc^4 x \, dx$

$$= \int \csc^2 x \cdot \csc^2 x \, dx = \int \csc^2 x \, (\cot^2 x + 1) \, dx$$

$$= \int (\cot^2 x \csc^2 x + \csc^2 x) \, dx = -\frac{\cot^3 x}{3} - \cot x + c$$

③ $\int \frac{dx}{1 - \cos x}$

$$= \int \frac{1}{1 - \cos x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \, dx = \int \frac{1 + \cos x}{1 - \cos^2 x} \, dx$$

$$= \int \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x} \, dx = \int \left(\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{\cos x}{\sin x} \cdot \frac{1}{\sin x}\right) dx$$

$$= \int (\csc^2 x + \csc x \cot x) \, dx = -\cot x - \csc x + c$$

④ $\int \frac{dx}{\sin x \cos x}$

$$= \int \frac{2}{\sin 2x} \, dx = \int \csc 2x \cdot 2dx$$

$$= \int \csc 2x \cdot \frac{\csc 2x + \cot 2x}{\csc 2x + \cot 2x} \cdot 2\,dx$$

$$= \int \frac{\csc^2 2x + \csc 2x \cot 2x}{\csc 2x + \cot 2x} \cdot 2\,dx = -\ln|\csc 2x + \cot 2x| + c$$

أوجد معادلة الدائرة التي صورة الدائرة

$$\text{س}^2 + \text{ص}^2 - 12\text{س} + 6\text{ص} + 20 = 0$$

بانتقال (س + ٢ ، ص − ٢)

الحل مركز الدائرة المعطاة = $\left(\frac{-\text{ل}}{2} ، \frac{-\text{م}}{2}\right)$ = (٦ ، −٣)

وطول نصف قطرها نق = $\frac{1}{2}\sqrt{\text{ل}^2 + \text{م}^2 - 4\text{جـ}}$ = ٥ وحدة طول

مركز الدائرة الجديدة بعد الانتقال = (٦ + ٢ ، −٣ − ٢) = (٨ ، −٥)

وطول نصف قطرها نفس طول نصف قطر الدائرة الأصلية = ٥

∴ معادلة الدائرة المطلوبة هي

$$(\text{س} - 8)^2 + (\text{ص} + 5)^2 = 25$$

$$\therefore \text{س}^2 - 16\text{س} + 64 + \text{ص}^2 + 10\text{ص} + 25 - 25 = 0$$

$$\text{س}^2 + \text{ص}^2 - 16\text{س} + 10\text{ص} + 64 = 0$$

محمد السيد الحلاج



أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٨ ، ١٤)

وتمس الدائرة التي معادلتها

س^٢ + ص^٢ + ٢س − ٤ص = ٢٠

الحل

مركز الدائرة المعطاه = $(\frac{-٢}{٢} ، \frac{٤}{٢})$ = (−١ ، ٢)

نصف قطر الدائرة المعطاه نق١ = $\frac{١}{٢}\sqrt{٢^٢ + (−٤)^٢ − ٤ × −٢٠}$ = ٥ وحدة طول

خط المركزين للدائرتين متماستين من الخارج = نق١ + نق٢

خط المركزين = $\sqrt{(٨+١)^٢ + (١٤−٢)^٢}$ = ١٥ وحدة طول

∴ نق٢ = ١٥ − ٥ = ١٠ وحدة طول

معادلة الدائرة المطلوبة هي

(س − ٨)^٢ + (ص − ١٤)^٢ = ١٠٠

أوجد مجموعة حل المعادلة

|س - |س + ٢|| = ٩

الحل:

إما س - |س + ٢| = ٩ أو س - |س + ٢| = -٩

|س + ٢| = س - ٩ |س + ٢| = س + ٩

إما س + ٢ = س - ٩ أو س + ٢ = -س + ٩

٢ = -٩ (مرفوض) أو ٢س = ٧

س = ٧/٢

لا تحقق (مرفوض)

س + ٢ = س + ٩ أو س + ٢ = -س - ٩

٢ = ٩ (مرفوض) أو ٢س = -١١

س = -١١/٢

تحقق

∴ م.ح = {-١١/٢}

محمد السيد الحلاج

أوجد $I = \int \sec^5 x \tan^5 x \, dx$

الحل باستخدام التكامل بالتجزيء

$u = \tan^4 x \qquad dv = \sec^4 x \sec x \tan x \, dx$

$du = 4 \tan^3 x \sec^2 x \qquad v = \frac{1}{5} \sec^5 x$

$$I = \frac{1}{5} \tan^4 x \sec^5 x - \int \frac{4}{5} \tan^3 \sec^7 x \, dx$$

I_1

بالتكامل بالتجزيء مرة أخرى

$u = \frac{4}{5} \tan^2 x \qquad dv = \sec^6 x \sec x \tan x \, dx$

$du = \frac{8}{5} \tan x \sec^2 x \qquad v = \frac{1}{7} \sec^7 x$

$$\therefore I_1 = \frac{4}{35} \tan^2 x \sec^7 x - \int \frac{8}{35} \sec^9 x \tan x \, dx$$

$$\therefore I = \frac{1}{5} \tan^4 x \sec^5 x - \frac{4}{35} \tan^2 x \sec^7 x + \int \frac{8}{35} \sec^8 x \sec x \tan x \, dx$$

$$I = \frac{1}{5} \tan^4 x \sec^5 x - \frac{4}{35} \tan^2 x \sec^7 x + \frac{8}{315} \sec^9 x + C$$

محمد السيد الحلاج

$$\int x \left(\frac{3}{x^3}+x\right)^{\frac{1}{3}} dx$$

$$= \int x^8 \left(\frac{3+x^4}{x^3}\right)^{\frac{1}{3}} dx = \int x^7 (3+x^4)^{\frac{1}{3}} dx$$

$$u = 3+x^4 \Rightarrow x^4 = u-3$$

$$du = 4x^3 dx \Rightarrow \frac{1}{4} du = x^3 dx$$

$$\therefore \int x^7 (3+x^4)^{\frac{1}{3}} dx = \int x^4 (3+x^4)^{\frac{1}{3}} x^3 dx$$

$$= \int (u-3)\, u^{\frac{1}{3}} \frac{1}{4} du$$

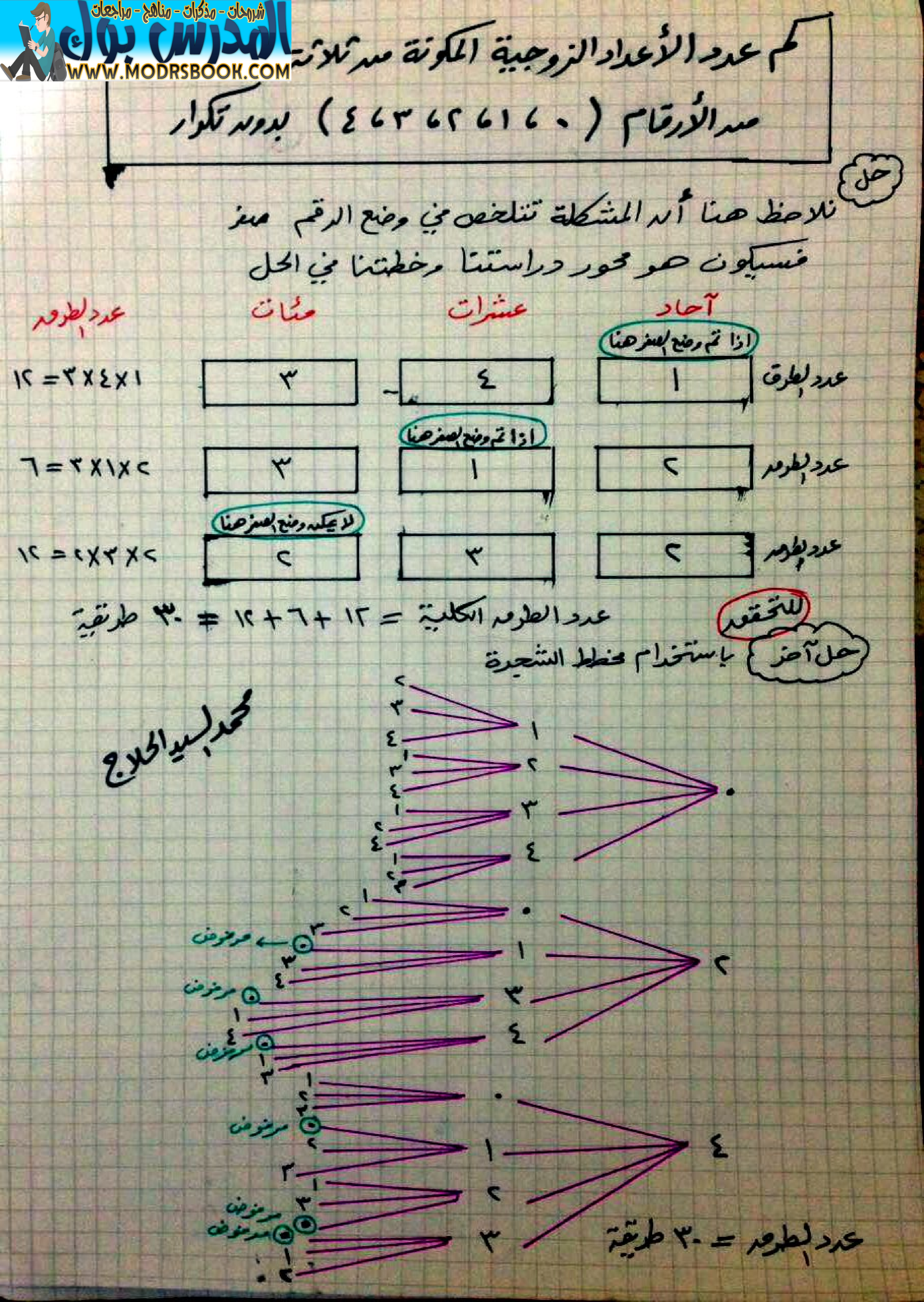
$$= \frac{1}{4} \int \left(u^{\frac{4}{3}} - 3u^{\frac{1}{3}}\right) du$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{7} u^{\frac{7}{3}} - \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} u^{\frac{4}{3}} + C$$

$$= \frac{3}{28} (3+x^4)^{\frac{7}{3}} - \frac{9}{16} (3+x^4)^{\frac{4}{3}} + C$$

$$= \frac{3}{28} \sqrt[3]{(3+x^4)^7} - \frac{9}{16} \sqrt{(3+x^4)^4} + C$$

محمد السيد الحلاج



كم عدد الأعداد الزوجية المكونة من ثلاثة أرقام من الأرقام (٠، ١، ٢، ٣، ٤) بدون تكرار

حل

نلاحظ هنا أن المشكلة تتلخص في وضع الرقم صفر فسيكون هو محور دراستنا وخطتنا في الحل

	آحاد	عشرات	مئات	عدد الطرق
عدد الطرق	١ (اذا تم وضع الصفر هنا)	٤	٣	١×٤×٣ = ١٢
عدد الطرق	٢	١ (اذا تم وضع الصفر هنا)	٣	٢×١×٣ = ٦
عدد الطرق	٢	٣	٢ (لا يمكن وضع الصفر هنا)	٢×٣×٢ = ١٢

عدد الطرق الكلية = ١٢ + ٦ + ١٢ = ٣٠ طريقة

للتحقق

حل آخر باستخدام مخطط الشجرة

عدد الطرق = ٣٠ طريقة

محمد السيد الحلاج

ما احتمال جلوس ٣ أشخاص متجاورين في صف به ١٠ مقاعد ؟

حل أول

يوجد ٨ طرق لأخذ ٣ مقاعد متجاورين في الصف

عدد التبديلات في الثلاث مقاعد = ٣! = ٦

عدد الطرق الممكنة لجلوس ٣ أشخاص متجاورين = ٨×٦ = ٤٨

عدد عناصر فضاء العينة = ١٠ل٣ = ١٠×٩×٨ = ٧٢٠

الاحتمال المطلوب = ٤٨/٧٢٠ = ١/١٥

حل آخر عن طريق الشجرة البيانية

المقاعد مرقمة

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠

الشخص الأول	الشخص الثاني	الشخص الثالث	عدد الطرق الممكنة
١	٢	٣	طريقتان
	٣	٢	
٢	١	٣	٤ طرق
	٣	١	
		٤	
	٤	٣	
٣	٢	١	٦ طرق
		٤	
	٤	٢	
		٥	
	١	٢	
	٥	٤	

وكذلك إذا جلس الشخص الأول على المقعد رقم ٤ أو ٥ أو ٦ أو ٧ أو ٨
يكون عدد طرق الاختيار ٦ طرق في كل منها (نفس طرق اختيار رقم ٣ أولاً)

وكذلك إذا جلس الشخص الأول على المقعد رقم ٩ يكون عدد الطرق ٤ طرق
(نفس طرق اختيار المقعد رقم ② أولاً)

والمقعد رقم ١٠ طرق اختياره أولاً نفس اختيار طرق اختيار المقعد رقم ١ أي طريقتان

يكون عدد الطرق الكلية = ٢×٢ + ٢×٤ + ٦×٦ = ٤٨ طريقة

∴ الاحتمال = ٤٨/٧٢٠ = ١/١٥

محمد السيد الحلاج

M.A.M

اختصر لأبسط صورة

$$\frac{٢\sqrt{٦}-١}{\sqrt{٢}+\sqrt{٣}+\sqrt{٦}}$$

$$= \frac{٢\sqrt{٦}-١}{(\sqrt{٢}+\sqrt{٣})+\sqrt{٦}} \times \frac{(\sqrt{٢}+\sqrt{٣})-\sqrt{٦}}{(\sqrt{٢}+\sqrt{٣})-\sqrt{٦}}$$

$$= \frac{(٢\sqrt{٦}-١)((\sqrt{٢}+\sqrt{٣})-\sqrt{٦})}{٢+٣+٢\sqrt{٦}-٦} = \frac{(٢\sqrt{٦}-١)(\sqrt{٢}+\sqrt{٣}-\sqrt{٦})}{(٢\sqrt{٦}-١)}$$

$$= \sqrt{٢}+\sqrt{٣}-\sqrt{٦}$$

محمد السيد الحلاج

١٤/٦/٢٠١٦م

أوجد ∫ جتا^{3} س ءس

الحل الأول باستخدام التجزيء

ص = جتا^{2} س ، ءص = -٢ جتا س جا س ءس

ءع = جتا س ءس ، ع = جا س

∴ ∫ جتا^{3} س ءس = جا س جتا^{2} س + ∫ ٢ جا^{2} س جتا س ءس

= جا س جتا^{2} س + $\frac{2}{3}$ جا^{3} س + ث

الحل الثاني

∫ جتا^{3} س ءس = ∫ جتا^{2} س جتا س ءس

= ∫ (١ - جا^{2} س) جتا س ءس = ∫ (جتا س - جا^{2} س جتا س) ءس

= جا س - $\frac{1}{3}$ جا^{3} س + ث

الحل الثالث نعلم أن جتا ٣س = ٤ جتا^{3} س - ٣ جتا س

ومنها

جتا^{3} س = $\frac{1}{4}$ (جتا ٣س + ٣ جتا س)

∴ ∫ جتا^{3} س ءس = $\frac{1}{4}$ ∫ (جتا ٣س + ٣ جتا س) ءس

= $\frac{1}{12}$ جا ٣س + $\frac{3}{4}$ جا س + ث

محمد السيد الحلاج

٢٩/١٢/٢٠١٦م

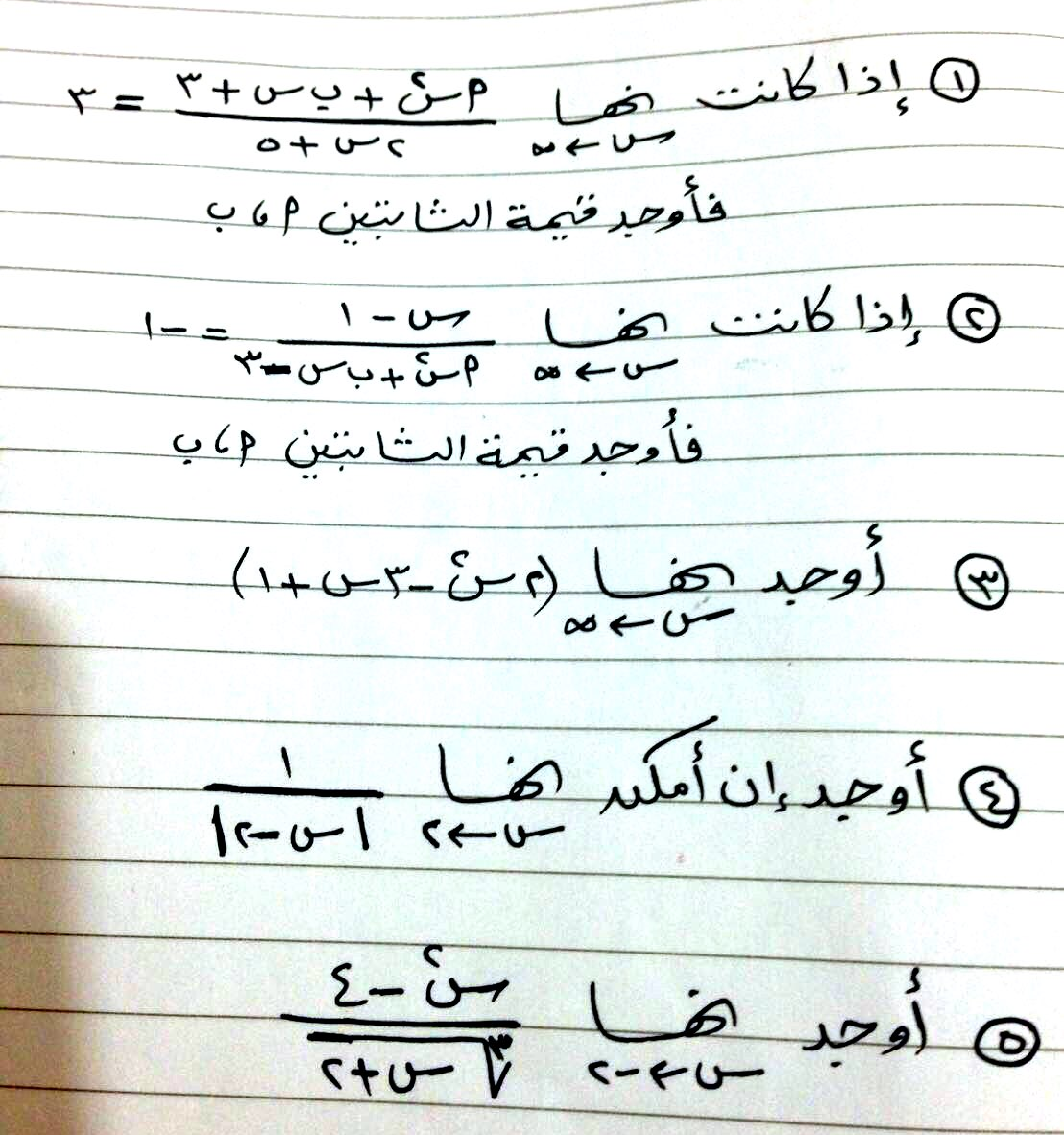
أوجد ∫ قتاس ءس

= − ∫ قتاس × (−(قتاس + ظتاس)) / (قتاس + ظتاس) ءس

= − ∫ (− قتا²س − قتاس ظتاس) / (ظتاس + قتاس)   (لاحظ البسط مشتقة المقام)

= − لوهـ | ظتاس + قتاس | + ث

محمد البدر الحلاج
١٧/٦/٢٠١٦م



① إذا كانت $\lim\limits_{س \to \infty} \frac{أس^{٢} + ب س + ٣}{٢س + ٥} = ٣$

فأوجد قيمة الثابتين أ، ب

② إذا كانت $\lim\limits_{س \to \infty} \frac{س - ١}{أس^{٢} + ب س - ٣} = -١$

فأوجد قيمة الثابتين أ، ب

③ أوجد $\lim\limits_{س \to \infty} (٢س^{٢} - ٣س + ١)$

④ أوجد إن أمكن $\lim\limits_{س \to ٢} \frac{١}{|س - ٢|}$

⑤ أوجد $\lim\limits_{س \to -٢} \frac{س^{٢} - ٤}{\sqrt[٣]{س + ٢}}$

اثبت أن

$\ln(xy) = \ln x + \ln y$

البرهان: لتكن $f(x) = \ln(ax)$ ، $a > 0$

$\therefore f'(x) = \frac{a}{ax} = \frac{1}{x}$

، $g(x) = \ln(x) \quad \therefore g'(x) = \frac{1}{x}$

$\therefore f'(x) = g'(x)$

$\therefore f(x) = g(x) + c$

بوضع $x = 1$

$\therefore f(1) = g(1) + c$

$\therefore \ln(a) = \ln(1) + c \Rightarrow c = \ln(a)$

$\therefore \ln(ax) = \ln(x) + \ln(a)$

بوضع $a = y$

$\therefore \ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$

---

② اثبت أن

$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$

الاثبات:

$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln\left(x \cdot \frac{1}{y}\right) = \ln(x) + \ln\left(\frac{1}{y}\right)$

$\therefore \ln\left(\frac{1}{y}\right) = -\ln(y)$

$\therefore \ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) + \ln\left(\frac{1}{y}\right)$

اثبت أن المجموعة الخالية ϕ مجموعة وحيدة ؟

الحل:

بفرض أن ϕ_1 ، ϕ_2 مجموعتان خاليتان

$\because$ ϕ_1 مجموعة خالية $\therefore$ $\phi_1 \subset \phi_2$ ← ①

$\because$ ϕ_2 مجموعة خالية $\therefore$ $\phi_2 \subset \phi_1$ ← ②

من ① ، ②

$\therefore$ $\phi_1 = \phi_2$

$\therefore$ ϕ وحيدة

أسئلة المقابلات الشخصية لمقابلات الوزارة ٢٠١٦م

س١. اذا كان $\frac{س - ص}{٢س + ص} = ١$. أوجد س : ص

س٢. ١٥ مصباح منهم ٦ معيبة سحبت ثلاث مصابيح عشوائياً أوجد احتمال سحب واحد معيب

س٣ أ ب ج د متوازي أضلاع فيه أ(...) ب(٢، ٣) ، د(٤، ٠) أوجد احداثي جـ

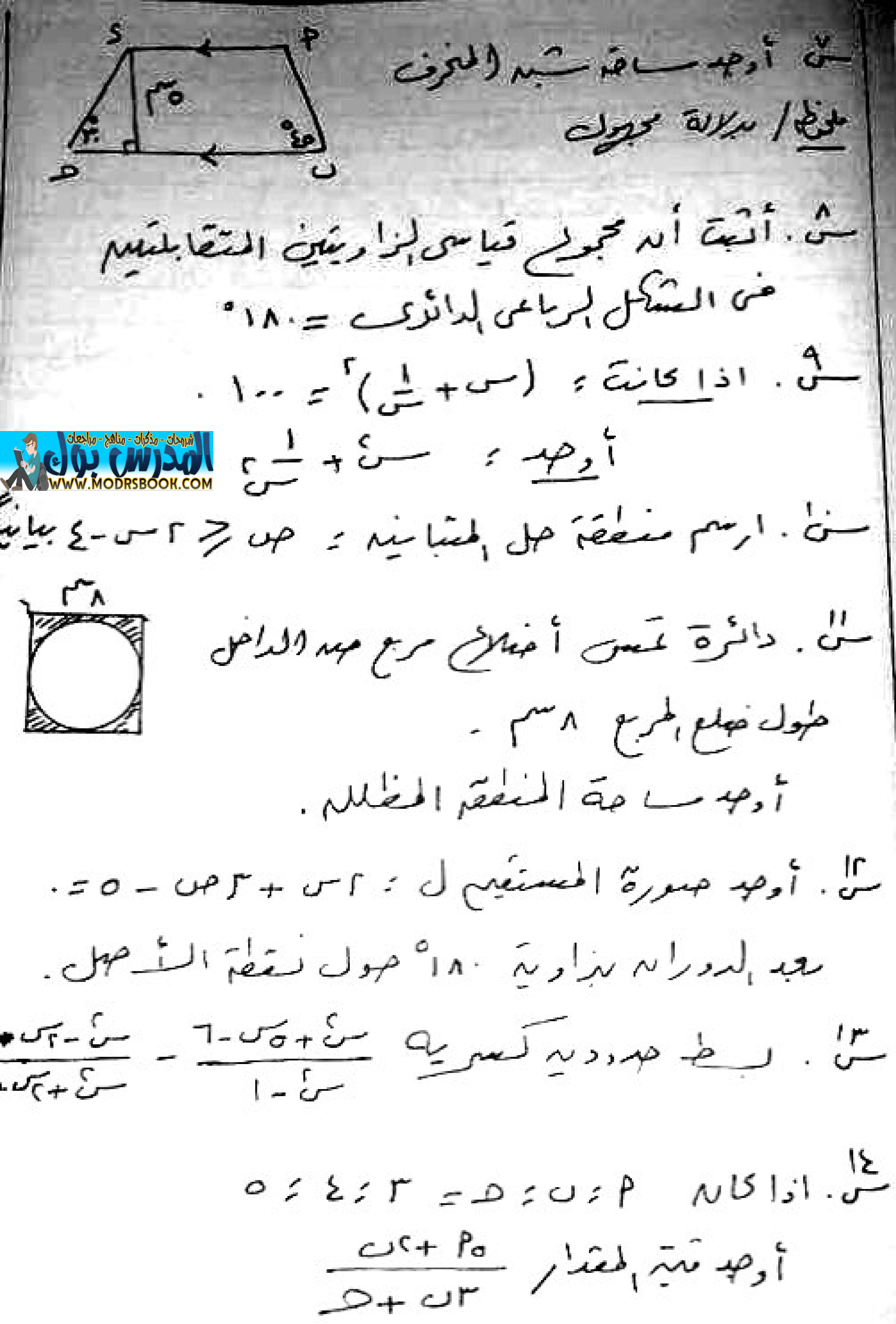
س٤. اذا كانت النسبة بين مساحتي منطقة مستطيلة طولها (س + ٣) وعرضها (س - ٢) ومنطقة مستطيلة أخرى طولها (س + ٥) وعرضها (س - ٢) تساوي ٩ : ١١ أوجد قيمة س .

س٥. مساحة منطقة دائرية = محيطها عددياً أوجد طول قطرها

س٦ عرف الدالة الزوجية - الدالة الفردية وما الفرق بينهما واكتب

د(س) = جاس ، د(س) = جتاس

من حيث كونهما زوجية أم فردية أم غير ذلك



س٧ أوجد مساحة شبه المنحرف

ملحوظة / بدلالة مجهول

س٨. أثبت أن مجموع قياسي الزاويتين المتقابلتين في الشكل الرباعي الدائري = ١٨٠°

س٩. اذا كانت: $(س + \frac{1}{س})^2 = ١٠٠$.

أوجد: $س^2 + \frac{1}{س^2}$

س١٠. ارسم منطقة حل المتباينة: ص ≥ ٢س - ٤ بيانياً

س١١. دائرة تمس أضلاع مربع من الداخل طول ضلع المربع ٨سم .

أوجد مساحة المنطقة المظللة .

س١٢. أوجد صورة المستقيم ل: ٢س + ٣ص - ٥ = ٠ .

بعد الدوران بزاوية ١٨٠° حول نقطة الأصل .

س١٣. بسط صورة كسرية $\frac{س^2 + ٥س - ٦}{س^2 - ١} - \frac{س^2 - ٣س…}{س^2 + ٣…}$

س١٤. اذا كان أ : ب : جـ = ٣ : ٤ : ٥

أوجد قيمة المقدار $\frac{٥أ + ٢ب}{٣ب + جـ}$

س١٥. مربع زاد طول ضلعه بنسبة ١٠٪ احسب النسبة المئوية للتزايد في المساحة :

س١٦. حل المعادلة $\frac{س^2}{2} - \frac{س}{2} = ٠$

س١٧. منشور ثلاثي القاعدة والقاعدة قائمة طولا ضلعي القائمة ١٥سم ، ٢٠سم وارتفاع المنشور ٤٥سم أوجد المساحة السطحية

س١٨. اثبت صحة المتطابقة :

$(جتاس + \sqrt{3} جاس)^2 + (جاس - \sqrt{3} جتاس)^2 = ٤$

س١٩. أوجد ح.م . $\log(2x+6) - \log(3x) = \log 4$

س٢٠. اذا كان : $16^{س-7} = (32)^{-2}$ أوجد س.

س٢١ أوجد ح.م : $\frac{2}{س^2+2س-3} > ٠$

س٢٢ احسب مساحة منطقة مثلث متطابق الأضلاع

س٢٣ اذا كان مجموع ثلاث زوايا داخل شكل رباعي $= \frac{7}{9}$ مجموع قياسات الزوايا الأربع أوجد قياس الزاوية الرابعة

س٢٤ أيهما أكبر $\sqrt[3]{5}$ ، $\sqrt{3}$

س٢٥. أوجد مساحة متوازي الأضلاع أ ب جـ د الذي فيه
أ ب = ٦ سم ، محيطه = ٣٠ سم ، ق(∠ب) = ٣٠°

س٢٦. (|س - ١٣|)٢ - ٣ |س - ١٣| = ٢٨

س٢٧. أ ب جـ د متوازي أضلاع
محيطه ٢٦ سم أوجد مساحته

أ ، ب ، جـ ، د ، ٥ سم ، ٧٠°

س٢٨ متتابعة هندسية حدها الأول = ٤ ، وحدها السادس = ٩٧٢
أوجد حدها العام.

س٢٩. رتب تصاعدياً : $\frac{٢٠٠}{٣}$ ، $\frac{٣٠٠}{٥}$ ، $\frac{١٠٠}{٤}$

س٣٠. حل النظام :
س - ص = ١
س + ص = ٣

س٣١ عددان مجموعهما = ١٠ وحاصل ضربهما = -٩ :
أوجد مجموع مكعبيهما.

س٣٢ خمسة أعداد متتالية متوسطها الحسابي = ٨
أوجد أكبر الأعداد.

س٣٣ اذا كان $\frac{س}{ص}$ = $\frac{٢}{٥}$ فأوجد قيمة $\frac{س + ص}{٢س - ص}$

س٣٤ أوجد م.ح : جتا ٣س = $\frac{١}{٢}$



س٣٥: أوجد م.ح: $س^٣ + س^٢ - ٢ = ٠$

س٣٦: في الشكل المقابل ، دائرة مركزها م
طول نصف قطرها ١سم = ٣ سم ، ق(∠ أ ب د) = ٣٠°
أوجد محيط △ أ ب د.

س٣٧: أوجد م.ح: $\sqrt[3]{٢س^٤ + ٢} = \sqrt[3]{٣ - س}$

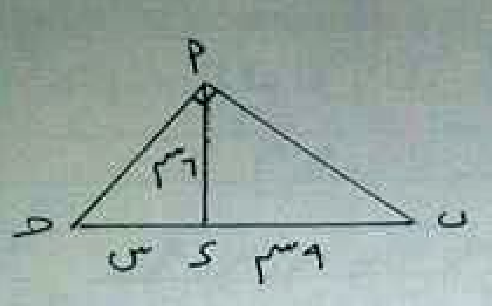
س٣٨: اذا كانت س = {١، ٢، ٣، ٤، ٥}
وكونت أعداداً ثلاثية الأرقام من عناصر المجموعة س
فما هو عدد الأعداد الزوجية المختلفة الأرقام
والمحصورة بين ٢٠٠ و ٤٠٠ ؟

س٣٩: إذا كان: $\binom{١١}{٢س} = \binom{١١}{س-٣}$
أوجد قيم س الممكنة

س٤٠: في الشكل مربع طول ضلعه ٢√٤ سم
أوجد مساحة المنطقة المظللة.

س٤١: حلل: $(ل-٣)^٢ - (ل+١)^٢$

س٤٢: $\left(\frac{٣}{٥}\right)^ن = \left(\frac{٥}{٣}\right)$ ، $٣^{ن+م} = \frac{١}{٢٧}$
أوجد م ، ن



س٤٣. من الشكل المقابل
أوجد قيمة س

س٤٤. اذا كان $^{٦}ل_{ر} = ٣٦٠$ أوجد: قيمة ر

س٤٥. اذا كان: $٢^{س} = ٧$ ، $٨^{س} = ص$
فما قيمة س ، ص

س٤٦. بسط: $\frac{أ ب^{٤} + ب^{٤} د}{أ^{٤} ب^{٤} - ب^{٤} د^{٤}}$

س٤٧. من الشكل المقابل:
أوجد مساحة الدائرة

س٤٨. كرتونة مربعة الشكل طول ضلعها ٣٠سم نريد عمل منها صندوق بدون غطاء بقص س سم الأطراف
أوجد الدالة التي تربط الحجم بالمتغير س.

س٤٩. من الشكل المقابل أوجد قيمة س

س٥٠. جهاز كهربائي ثمنه ٨٠ دينارًا وفي فترة التنزيلات كان عليه تنزيل ١٢٪ فما ثمن الجهاز بعد التنزيل.

س٥١ أوجد م.ح $س^{٢} - ٤س = ٠$

س٥٢ صندوق به ١٥ كرة منها ٥ كرات حمراء ...

فما احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان حمراوين ما

ما احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان احداهما حمراء والأخرى سوداء علماً بأن الكرتان مسحوبتان معاً.

س٥٣. اثبت أن: $٣^{١٠٠} + ٣^{١٠١} + ٣^{١٠٢}$ يقبل القسمة على ١٣

س٥٤. صندوق يحوي ١٥ كرة منها (١٠) كرات حمراء، ٥ بيضاء سحبت كرتان عشوائياً معاً أوجد احتمال أن تكون أحد الكرتان المسحوبتان حمراء على الأكثر.

س٥٥. اثبت أنه في أي متتابعة حسابية:

ح الزوجية − ح الفردية = ن د

س٥٦. من الشكل المقابل أوجد قيمة س.

س٥٧ من الشكل المقابل:
أوجد طول د هـ

س٥٨ أوجد م.ح: $\sqrt{س-٤} = -\sqrt{س-٢}$

س٥٩. أوجد قياس كل زاوية من زوايا مثلث اذا علمت أن النسبة بين قياساتها ٥ : ٦ : ١٣

س٦٠. متتالية حسابية عدد حدودها ١٠ مجموع الحدود ذات الرتبة الزوجية يزيد عن مجموع الحدود ذات الرتبة الفردية بمقدار ١٠٠؟ أوجد أساس المتتالية

س٦١. أوجد م.ح: $٢^{٢س-٣} = \frac{٣٢}{\sqrt[٤]{٢}}$

س٦٢. أوجد م.ح: $\frac{٣س - ٥}{-٢س + ٣} \le ٠$

س٦٣. رأى شخصان أحدهما يقف عند أ والآخر عند النقطة ب منطادًا جهة المسافة بينهما ٣ كم فإذا كان قياس زاوية الارتفاع عند النقطة أ هي ٢٨° وقياس زاوية الارتفاع عند النقطة ب هي ٣٧°. أوجد ارتفاع المنطاد عن سطح الأرض

س٦٤. من المعطيات بالشكل المقابل

أوجد كلاً من: أب ، جـ د

س٦٥. إذا كان: لو ٢ = ٠.٣٠١٠

أوجد لو ٥ . بدون استخدام الآلة الحاسبة

س٦٦. أوجد م.ح: $٥^{س} \times ٣^{ص} = ٧٥$ ، $٥^{ص} \times ٣^{س} = ٤٥$



س٦٧ اذا كان عمر حاسم $\frac{٤}{٩}$ عمر ابنه أوجد عمر حاسم وعمر ابنه اذا كان مجموع عمريهما ٩١ سنة

س٦٨ جسم يتحرك على شكل رباعي أطوال أضلاعه ص، ٥، ٥، ١٠، ١٠ سم أوجد احتمال ان يقف الشخص على الضلع ٥ سم

س٦٩. اجاب طالب ٤ أسئلة من أسئلة اختبار وباقي ٢٠ من الأسئلة فكم عدد اسئلة الاختبار

س٧٠ اذا كانت س + ص = م ، س ص = ل فأوجد قيمة المقدار $س^٢ + ص^٢$ بدلالة م ، ل

س٧١ أوجد م.ح المتباينة $|٢س - ١| > ٥$.

س٧٢ بكم طريقة يمكن بها تكوين عدد مكون من ثلاثة أرقام مختلفة من ارقام المجموعة {١، ٢، ٣، ٤}

س٧٣ بكم طريقة يمكن بها تكوين عدد مكون من ثلاثة ارقام مختلفة بشرط كونه فردي من {١، ٢، ٣، ٤}

س٧٤ اذا كان م (٢، ٣) ، ن (٥، ل) وكان ميل م ن صفر أوجد قيمة ل

س٧٥ أوجد م.ح. $\sqrt{س + ١٥} + \sqrt{س} = ٥$